

LIBRARY
MEDICAL ROOM
GENERAL LIBRARY
UNIV. OF MICH.

ANNALEN DER PHYSIK

BEGRÜNDET UND FORTGEFÜHRT DURCH
F. A. C. GREN, L. W. GILBERT, J. C. POGGENDORFF,
G. u. E. WIEDEMANN, P. DRUDE

VIERTE FOLGE
BAND 71 HEFT 6
DER GANZEN REIHE 376. BANDES 6. HEFT

KURATORIUM:
M. PLANCK, G. QUINCKE, E. WARBURG

UNTER MITWIRKUNG
DER DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT
HERAUSGEGEBEN VON

W. WIEN UND M. PLANCK



L E I P Z I G

VERLAG VON JOHANN AMBROSIOUS BARTH

Bestellungen auf die „Annalen“ werden von allen Buchhandlungen und der Verlagsbuchhandlung entgegengenommen. Im Jahre 1923 erscheinen Bd. 70, 71 und 72 à 8 Hefte. Preis von Band 71 für Belgien u. Luxemburg Fr. 60.—, Frankreich Fr. 50.—, Dänemark Kr. 18.—; England £ -16-; Finnland Marka 100.—; Holland fl. 10.—; Japan £ -16-; Italien Lire 60.—; Norwegen Kr. 20.—, Schweden Kr. 14.—; Schweiz Fr. 20.—, Spanien Pes. 20.—; U.S.A. \$ 4.—.

Ausgegeben am 14. Juni 1923.

Inhalt.

	Seite
1. E. Rüchardt. Über die Umladungen von Wasserstoffkanalstrahlen	377
2. Karl F. Lindman. Bemerkung zu der Arbeit von N. Kapzow: „Über die Diffraktion Hertzscher Wellen in einem Raumgitter“	424
3. Otto Reeb. Über eine Methode zur Messung der Dispersion der künstlichen Doppelbrechung	427

Die Redaktion der Annalen wird von den umseitig genannten Herren besorgt. Den geschäftlichen Teil hat Herr Geh. Hofrat Prof. W. Wien übernommen, an den auch Manuskripte zu senden sind. Seine Adresse ist: **München, Leopoldstraße 91.**

Es wird gebeten, die Manuskripte **druckfertig** einzuliefern und in den Korrekturen den beim Druck für sie verwendeten Raum nicht zu überschreiten.

Für die Aufnahme von Dissertationen gelten besondere Bedingungen, welche vom Verlag bekannt gegeben werden.

Die Verlagsbuchhandlung liefert 100 **Sonderabdrücke** jeder Arbeit kostenfrei. Falls ausnahmsweise mehr gewünscht werden, so muß dies bei Rücksendung des ersten Korrekturbogens an die Druckerei auf dessen erster Seite bemerkt werden. Alle anderen, die Sonderabdrücke betreffenden Mitteilungen bittet man an die Verlagsbuchhandlung zu richten.

Anderweitiger Abdruck der für die Annalen bestimmten Abhandlungen oder Übersetzung derselben innerhalb der gesetzlichen Schutzfrist ist nur mit Genehmigung der Redaktion und Verlagsbuchhandlung gestattet.

Die **Zeichnungen** sind in möglichst sorgfältiger Ausführung den Abhandlungen auf besonderen Blättern beizulegen (nicht in das Manuskript selbst einzuzichnen). Da die Figuren fortan möglichst in den Text eingefügt werden sollen, ist die Stelle des Manuskriptes recht genau anzugeben, wo sie hingehören.

Zitate sind am Rande oder unten auf den Seiten des Manuskriptes nicht in dem Text selbst) und zwar möglichst in der in den „Fortschritten der Physik“ üblichen Form mit Angabe des Namens und Vornamens, der Band-, Seiten- und Jahreszahl aufzuführen.

	D. R.-Pat. Wommelsdorfsche Neue Type Kondensatormaschinen
	Leistung wie 10–30 Influenzmaschinen bei gleicher Scheiben-Größe und Zahl.
	Idealer betriebssicherer Laboratoriumsgenerator für Gleichstrom von 100–250000 Volt, Hochfrequenz, Röntgen, Braunsche Röhre. Typen von 1–7 Scheiben mit einvulkanisierten Sektoren.
	Wommelsdorfscher Elektrophor und Verstärkungsflasche (variabel).
	Berliner Elektros-Ges. m. b. H. Berlin-Schöneberg, Mühlenstrasse 10

lie
K
G
de
K
un
we
ge
zu
un
V
vo
de
di
de
K
öff
ge
Di
W
wa
we
sc
no

lieg
Ka
Gle
den
Ka
um
wer
gest
zu,
ung
Ver
vorg
der
dies
den
Kör
öff
genc
Die
W. V
war,
welch
sche

nom

S. 161

Am

ANNALEN DER PHYSIK.

VIERTE FOLGE. BAND 71.

1. *Über die Umladungen von Wasserstoffkanalstrahlen;*

von E. Rüchardt.

(Münchener Habilitationsschrift.)

Einleitung.

Versuche¹⁾, bei denen Kanalstrahlen zwei hintereinander liegende Magnetfelder durchliefen, hatten gezeigt, daß im Kanalstrahl hinsichtlich des Ladungszustandes ein kinetisches Gleichgewicht besteht, derart, daß durch Wechselwirkung mit den Molekülen des ruhenden Gases dauernd Umladungen der Kanalstrahlteilchen von geladen zu ungeladen stattfinden und umgekehrt. Die Zusammensetzung des Strahles strebt dabei, wenn sie durch äußere Felder auf einer gewissen Wegstrecke gestört wird, von selbst wieder einem Gleichgewichtszustande zu, bei dem das Verhältnis der Anzahl der geladenen zu den ungeladenen immer dasselbe ist. Im Anschluß an diese ersten Versuche entwickelte W. Wien²⁾ eine Theorie der Umladungsvorgänge, bei der der Begriff der mittleren freien Weglänge der Umladungen eingeführt wurde. Die experimentelle Prüfung dieser Theorie ergab einige merkwürdige Abweichungen von den Gesetzen der kinetischen Gastheorie. Etwas später haben Königsberger und Kutschewski³⁾ ähnliche Versuche veröffentlicht. Es wurde dabei die Theorie von W. Wien angenommen und eine etwas andere Versuchsmethode benützt. Die Ergebnisse stimmen nicht befriedigend mit denen von W. Wien überein. Während meine Untersuchung im Gange war, sind mehrere Arbeiten von A. Rüttenauer erschienen, welche die Resultate der Herren Königsberger und Kutschewski im wesentlichen zu bestätigen scheinen.

Die vorliegende Arbeit wurde mit der Absicht unternommen, die Methoden einer kritischen Untersuchung zu unter-

1) W. Wien, Ann. d. Phys. 27. S. 1025, 1034. 1908.

2) W. Wien, Sitzungsberichte der Berliner Akademie, 27. Juli 1911.

3) J. Königsberger und J. Kutschewski, Ann. d. Phys. 37. S. 161. 1912.

ziehen und die noch nicht sicher geklärten Einflüsse von Gasdruck und Strahlgeschwindigkeit auf die Umladungen genau zu studieren. Eine genügend sichere Kenntnis der Umladungsvorgänge unter den verschiedensten Bedingungen ist für die meisten Arbeiten, die sich mit dem Mechanismus der Lichterregung der Kanalstrahlen beschäftigen, unerlässlich. Außerdem wird man erwarten dürfen, aus den Umladungsvorgängen etwas über die Einflüsse des Molekülbaues auf diese Vorgänge zu erfahren, wenn man mit verschiedenen Gasen und Strahlen arbeitet. Die vorliegende Untersuchung beschäftigt sich nur mit den Umladungen der Wasserstoffkanalstrahlen in verschiedenen Gasen.

I. Theorie und Methode.

Für die Bestimmung der mittleren freien Weglänge der Kanalstrahlen, auf der eine Umladung erfolgt, sind mehrere etwas verschiedene Methoden angewandt worden, die aber alle auf der von W. Wien angegebenen Theorie beruhen.

n_1 und n_2 seien die Zahlen für die positiven bzw. neutralen Atome, die durch 1 qcm des Strahles pro Sekunde fliegen. n_1^0 bzw. n_2^0 seien die Zahlen für das Gleichgewicht. W. Wien setzt dann:

$$\frac{dn_1}{dx} dx = (\alpha_2 n_2 - \alpha_1 n_1) dx,$$

$$\frac{dn_2}{dx} dx = (\alpha_1 n_1 - \alpha_2 n_2) dx.$$

Der Sinn dieser Gleichung ist einfach der, daß die Zahl der neutralen Atome sich aus den geladenen rekrutiert, die der geladenen aus den neutralen, und daß die Zunahme der einen Sorte jeweils proportional ist der vorhandenen Zahl der anderen Sorte. Es besteht dabei im ungestörten Strahl ein kinetisches Gleichgewicht. Von den negativen Atomen wird ihrer geringen Zahl wegen abgesehen. Die Ursache der Umladungen ist die Wechselwirkung mit den Molekülen des Gases, in dem die Kanalstrahlen verlaufen. Wechselwirkung mit Sekundärelektronen kommt ihrer geringen Konzentration wegen nicht in Betracht.¹⁾

α_1 und α_2 sind für die Art der Zusammenstöße charakteristische Konstanten, die von der Natur und dem Druck des

1) H. Baerwaldt, Ann. d. Phys. 65. S. 167. 1921. — *Ann. bei d. Korr.* Vgl. auch Ann. d. Phys. 70. S. 255. 1923.

Gases, von der Art und Geschwindigkeit der Strahlen abhängen können. Ihre kinetische Bedeutung ist einfach die, daß

$$\alpha_1 = \frac{1}{L_1}, \quad \alpha_2 = \frac{1}{L_2},$$

wo L_1 die mittlere freie Weglänge ist, die ein positiv geladenes Atom zurücklegt, bevor es neutralisiert wird und L_2 ganz entsprechend, die mittlere freie Weglänge bezeichnet, die ein neutrales Atom zurücklegt, bevor es ionisiert wird. Die Zahl aller Zusammenstöße, die zu einer Neutralisierung führt, ist nämlich für den Weg dx einfach $n_1 dx/L_1$, die Zahl, die zu einer Ionisierung führt, $n_2 dx/L_2$.

Aus den beiden Grundgleichungen folgt zunächst:

$$n_1 + n_2 = \text{const};$$

$$\alpha_1 n_1^0 = \alpha_2 n_2^0 \quad \text{oder} \quad \frac{\alpha_2}{\alpha_1} = \frac{L_1}{L_2} = \frac{n_1^0}{n_2^0} = w.$$

Die Integrale mit unbestimmten Integrationskonstanten lauten:

$$n_1 = A e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)x} + B,$$

$$n_2 = -A e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)x} + \frac{\alpha_1}{\alpha_2} B.$$

Für $x = \infty$ sei immer $n_1 = n_1^0$, $n_2 = n_2^0$, wenn der Strahl an irgendwelchen Stellen gestört worden ist.

Methode I: Man geht von einem ganz neutralen Strahl aus; dann ist:

$$\text{Für } x = 0, \quad n_2 = n_1^0 + n_2^0, \quad n_1 = 0;$$

$$,, \quad x = \infty, \quad n_2 = n_2^0, \quad n_1 = n_1^0.$$

Hieraus lassen sich die Konstanten bestimmen:

$$n_1 = n_1^0 (1 - e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)x}),$$

$$n_2 = n_1^0 e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)x} + n_2^0.$$

Setzt man noch:

$$\alpha_1 + \alpha_2 = \alpha, \quad \frac{n_1^0}{n_2^0} = w,$$

so wird

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{1}{w} \frac{1 + w e^{-\alpha x}}{1 - e^{-\alpha x}}$$

und hieraus:

$$(1) \quad \alpha = \frac{1}{L} = \alpha_1 + \alpha_2 = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} = \frac{1}{x} \ln w \frac{1 + \frac{n_1}{n_2}}{w - \frac{n_1}{n_2}}.$$

Methode II: Bei dieser Methode geht man von einem ganz geladenen Strahl aus:

$$\begin{aligned} \text{Für } x = 0 \quad n_1 &= n_1^0 + n_2^0, & n_2 &= 0, \\ \text{,, } x = \infty \quad n_1 &= n_1^0, & n_2 &= n_2^0, \\ n_1 &= n_2^0 e^{-\alpha x} + n_1^0, \\ n_2 &= n_2^0 (1 - e^{-\alpha x}), \\ \frac{n_1}{n_2} &= w \frac{\left(1 + \frac{1}{w} e^{-\alpha x}\right)}{1 - e^{-\alpha x}}. \end{aligned}$$

$$(2) \quad \alpha = \alpha_1 + \alpha_2 = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} = \frac{1}{x} \ln \frac{1 + \frac{n_1}{n_2}}{\frac{n_1}{n_2} + w}.$$

Methode III: Man geht bei dieser Methode von einem Strahl im Gleichgewicht aus und nimmt auf einer längeren Strecke \bar{x} alle vorhandenen und sich bildenden positiven Atome heraus. Im Gleichgewicht mögen pro Zeit- und Querschnittseinheit N_1^0 positive und N_2^0 neutrale Atome fliegen.¹⁾

Für $x = 0$ ist jetzt

$$n_1 = N_1^0, \quad n_2 = N_2^0.$$

Ferner ist innerhalb \bar{x} n_1 dauernd 0 und für $\bar{x} = \infty$ wäre natürlich auch $n_2 = 0$.

Die Grundgleichungen reduzieren sich jetzt auf:

$$\frac{d n_2}{d x} d x = - \alpha_2 n_2 d x$$

und integriert:

$$n_2 = N_2^0 e^{-\alpha_2 \bar{x}}.$$

Es ist weiter:

$$\frac{N_1^0 + N_2^0}{n_2} = \frac{N_1^0 + N_2^0}{N_2^0} e^{\alpha_2 \bar{x}}$$

oder

$$(3) \quad \alpha_2 = \frac{1}{L_2} = \frac{1}{\bar{x}} \ln \left(\frac{N_1^0 + N_2^0}{n_2} \frac{N_2^0}{1 + w} \right),$$

1) Für n_1 und n_2 im Gleichgewicht schreiben wir N_1^0 und N_2^0 , wenn wir den ursprünglichen ungestörten Strahl meinen, n_1^0 und n_2^0 , wenn ein Strahl, der gestört war, sich wieder ins Gleichgewicht gesetzt hat. Es ist immer

$$\frac{N_1^0}{N_2^0} = \frac{n_1^0}{n_2^0} = w.$$

wo

$$w = \frac{N_1^0}{N_2^0}.$$

Man bekommt hier direkt L_2 und bei Kenntnis von w auch L_1 .

Methode IV: Diese Methode, die bisher noch nicht verwendet worden ist, ist lediglich eine kleine Abänderung von Methode III. Man geht von einem ganz neutralen Strahl aus und erhält, wenn man auf einer längeren Strecke \bar{x} alle sich bildenden positiven Atome herausnimmt:

$$(4) \quad \frac{N_2^0}{n_2} = \frac{N_2^0}{N_2^0} e^{\alpha_2 \bar{x}}; \quad \alpha_2 = \frac{1}{L_2} = \frac{1}{\bar{x}} \ln \frac{N_2^0}{n_2}.$$

Diese Methode hat den Vorteil, daß L_2 gefunden wird ohne Kenntnis von w . Über die Größe von w gehen aber gerade die Ansichten stark auseinander. Außerdem ist die Methode dadurch ausgezeichnet, daß sie mit einem dauernd neutralen Strahl arbeitet. Ein neutraler Strahl kann aber durch irgendwelche Einflüsse (ungewollte magnetische oder elektrische Felder) nicht gestört werden.

Bei der experimentellen Ausführung werden die Eingriffe in das Ladungsgleichgewicht durch hinreichend starke transversale elektrische oder magnetische Felder, die der Strahl zu passieren hat, verwirklicht. Die Felder müssen so stark sein, daß die geladenen Atome ganz aus dem Strahlengang nach der Seite abgelenkt werden. Als Indikator für die Zahl der im Strahl bewegten Atome kann eine lineare Thermosäule dienen, da die Geschwindigkeit und Masse der Atome durch den Eingriff nicht geändert wird, sondern nur ihre Zahl, und auch die Ladung für die Wirkung auf die Thermosäule ohne Einfluß ist.

In der Methode I gibt ein Strahl im Gleichgewicht den Ausschlag A_1 am Galvanometer, das mit der Thermosäule verbunden ist. Dabei ist $A_1 = \varepsilon (N_1^0 + N_2^0)$. ε ist hierbei eine Proportionalitätskonstante. Schaltet man ein kurzes elektrisches Feld ein, das alle geladenen Atome so weit ablenkt, daß sie nicht mehr auf die Thermosäule treffen, so bekommt man den Ausschlag:

$$A_2 = \varepsilon N_2^0 = \varepsilon (n_1 + n_2).$$

Schaltet man ein zweites elektrisches Feld im Abstand x vom ersten ein, so bekommt man:

$$A_3 = \varepsilon n_2.$$

Es ist dann:

$$\frac{A_1 - A_2}{A_2} = \frac{N_1^0}{N_2^0} = \frac{n_1^0}{n_2^0} = w,$$

$$\frac{A_2 - A_3}{A_3} = \frac{n_1}{n_2}.$$

Man findet hieraus mittels Formel (1) α und mit Hilfe von w auch L_1 und L_2 .

In der Methode II gibt der gesamte, bei $x = 0$ ganz aus geladenen Atomen bestehende Strahl den Ausschlag:

$$A_1 = \varepsilon (n_1 + n_2).$$

Schaltet man bei x ein elektrisches Feld ein, so bekommt man:

$$A_2 = \varepsilon n_2.$$

Man findet daraus:

$$\frac{A_1 - A_2}{A_2} = \frac{n_1}{n_2}.$$

w läßt sich in großem Abstände von $x = 0$ ebenso wie in Methode I bestimmen, wenn der geladene Strahl wieder im Gleichgewicht ist.

In Methode III bestimmt man w wie in Methode I. Um L_2 zu bestimmen, mißt man mit dem Strahl im Gleichgewicht den Ausschlag:

$$A_1 = \varepsilon (N_1^0 + N_2^0).$$

Nimmt man nun, indem man den Strahl ein elektrisches Feld von der Länge \bar{x} passieren läßt, alle positiven Atome längs dieser Strecke heraus, so erhält man den Ausschlag

$$A_2 = \varepsilon n_2.$$

Hieraus bekommt man:

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{N_1^0 + N_2^0}{n_2},$$

und wenn w wie in Methode I gemessen ist, aus Formel (3) L_2 und mittels w auch L_1 .

In Methode IV wird w wie bisher bestimmt. Man entfernt ferner kurz vor dem Eintritt des Strahles in den Kondensator von der Länge \bar{x} durch ein kurzes elektrisches Feld alle positiven Atome aus dem Strahl. Ist nur das kurze Feld eingeschaltet, so erhält man den Ausschlag:

$$A_1 = \varepsilon N_2^0.$$

Wird nun der lange Kondensator ebenfalls aufgeladen, so erhält man:

$$A_2 = \varepsilon n_2.$$

Aus Formel (4) findet man ohne Kenntnis von w L_2 , wenn man

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{N_1^0}{n_2}$$

einsetzt. w braucht man indessen zur Berechnung von L_1 .

Die Voraussetzung der Theorie für die Methode I und II ist, daß die Strecke, auf der die Einwirkung auf den Strahl erfolgt, kurz ist gegen die freie Weglänge, weil sonst Umladungen innerhalb des Feldes erfolgen können. Dieselbe Voraussetzung gilt auch für die Bestimmung von w . Da die Methode IV gestattet, L_2 ohne Kenntnis von w zu bestimmen, so findet man hier L_2 fehlerfrei. Hat man einen fehlerfreien Wert von L_2 , so läßt sich andererseits die Korrektur berechnen, die man an den gemessenen Werten von w wegen der Feldausdehnung anzubringen hat. Die Korrektur kann nämlich offenbar nur von L_2 , nicht von L_1 abhängen, weil der Fehler, der durch die endliche Ausdehnung des Feldes bedingt ist, nur darin besteht, daß sich innerhalb des Feldes neutrale Atome aufladen und deshalb mehr geladene aus dem Strahl entfernt werden, als dies bei unendlich kurzen Feldern der Fall wäre. Eine Umladung von positiv zu neutral im Felde kommt nicht in Betracht, weil die positiven Atome durch das Feld sofort aus dem Strahle entfernt werden.

Die Korrektur für w berechnet sich folgendermaßen:

Der Gesamtstrahl erzeuge einen Galvanometeraus Schlag:

$$A_1 = \varepsilon (N_1^0 + N_2^0).$$

Nimmt man bei x längs einer unendlich kurzen Strecke dx die positiven Atome heraus, so bekommt man:

$$A_2 = \varepsilon N_2^0.$$

Dann war

$$w = \frac{A_1 - A_2}{A_2} = \frac{N_1^0}{N_2^0}.$$

In Wirklichkeit ist das Feld von endlicher Länge Δx . Aus der Theorie der Methoden III und IV folgt daher, daß man in Wirklichkeit beobachtet:

$$A_1 = \varepsilon (N_1^0 + N_2^0),$$

$$A_2 = \varepsilon N_2^0 e^{-\alpha_2 \Delta x}$$

und

$$w' = \frac{A_1 - A_2}{A_2} = \frac{N_1^0 + N_2^0 - N_2^0 e^{-a_2 \Delta x}}{N_2^0 e^{-a_2 \Delta x}}.$$

Das kann auch geschrieben werden:

$$w' = (w + 1) e^{a_2 \Delta x} - 1.$$

Man findet also den richtigen Wert von w aus:

$$(5) \quad w = (w' + 1) e^{-a_2 \Delta x} - 1.$$

Da a_2 oder L_2 einwandfrei bekannt ist, kann die Korrektur an dem gemessenen w -Wert angebracht und dann aus $L_1/L_2 = w L_1$ berechnet werden.

II. Bestimmung von w am Gesamtwasserstoffkanalstrahl in Wasserstoff.

Die Beobachtungen von W. Wien hatten ergeben, daß w praktisch unabhängig von der Strahlgeschwindigkeit ist, dagegen nahm w mit zunehmendem Druck zu. Für Wasserstoffkanalstrahlen (Gesamtstrahl) in Wasserstoff z. B. findet W. Wien bei einigen tausendstel Millimeter Quecksilberdruck

$$\frac{n_1^0}{n_1^0 + n_2^0} = 0,15$$

oder $w = 0,176$, bei einigen hundertstel Quecksilberdruck aber $w = 0,37$. Auf die Ausdehnung des Feldes hat W. Wien noch keine Rücksicht genommen. Die Länge seiner Kondensatoren betrug 1 cm.

A. Rüttenauer¹⁾, der im wesentlichen mit homogenen Atomstrahlen gearbeitet hat, findet, daß w unabhängig vom Druck zu sein scheint, dagegen stark von der Strahlgeschwindigkeit abhängt. Die Werte, die er angibt, sind viel größer als bei W. Wien und ähnlich, wie sie von Königsberger und Kutschewski gefunden wurden. Bei 8000 Volt Entladungsspannung soll w für Wasserstoffatomstrahlen in Wasserstoff 0,4 sein. Bei 31,000 Volt 0,66. Auch bei diesen Messungen ist die Feldausdehnung nicht berücksichtigt, obwohl anscheinend Kondensatoren von 3 cm Länge benutzt wurden. Hr. Rüttenauer²⁾ führt den Unterschied zwischen den Beobachtungen von W. Wien und den seinigen darauf zurück, daß W. Wien

1) A. Rüttenauer, Zeitschr. f. Phys. S. 267. 1921.

2) A. Rüttenauer, Zeitschr. f. Phys. S. 385. 1920.

im Gesamtstrahl gemessen hat. Hierbei sollen Verunreinigungen durch schwere Atome, die besonders bei niedrigen Drucken stark hervortreten sollen, den Wert von w verkleinern. Hr. Rüttenauer behauptet, daß im großen Abstand von der Kathode, wo die schweren Atome absorbiert sind, auch Werte von w sich ergeben, die größer sind als in der Nähe der Kathode. Diese Behauptung habe ich in der Weise nachgeprüft, daß ich einmal in der Nähe der Kathode (Abstand etwa 10 cm) mit einem Kondensator von 1 cm Länge und 2 mm Plattenabstand w bestimmte und einmal mit einem Kondensator von ebenfalls 1 cm Länge und 1 mm Plattenabstand in großer Entfernung von der Kathode (Abstand 40 cm). Tab. I zeigt das Ergebnis. In der ersten Kolonne steht die Entladungsspannung in Volt, in der zweiten der Druck in mm Hg. w_1' sind die in 10 cm von der Kathode, w_2' die in 40 cm von der Kathode beobachteten Werte. Die Werte sind nicht wegen Feldausdehnung korrigiert.

Tabelle I.

Entladungs- spannung	p	w_1'	w_2'
26000	0,013	0,270	0,329
23000	0,013	0,220	0,305
22400	0,0019	0,170	0,205
23000	0,0019	0,160	0,235

w_2' ergibt sich in der Tat größer als w_1' , aber lange nicht so groß wie Hr. Rüttenauer angibt. Der Unterschied gegen die Werte von W. Wien ist nicht groß. Auch erkennt man deutlich die von W. Wien beobachtete Druckabhängigkeit. Trotzdem soll nicht behauptet werden, daß diese Druckabhängigkeit reell ist. Es schien vielmehr wahrscheinlich, daß sie mit der Ausdehnung des Feldes zusammenhängt; denn bei größeren Drucken sind die innerhalb des Feldes erfolgenden Umladungen zahlreicher als bei kleineren Drucken.

Nachdem mit Methode IV, wie im folgenden Abschnitt gezeigt wird, L_2 bestimmt worden war, wurden mit der Formel (5) die beobachteten w -Werte korrigiert. Beobachtungen im Gesamtstrahl bei etwa 40 cm Abstand mit einer Spannung von 22000 Volt sind in Tab. II zusammengestellt.

Tabelle II.

p	w'	L_2	w
0,0013	0,17	50 cm	0,15
0,002	0,21	45	0,18
0,003	0,20	38	0,17
0,0045	0,19	31	0,15
0,008	0,22	23	0,16
0,01—0,015	0,27	16	0,19
0,02	0,29	11	0,18

w' sind die nicht korrigierten Werte. Sie zeigen eine deutliche Zunahme mit zunehmendem Druck. Bei den korrigierten Werten w ist der Gang verschwunden. Es bleiben hier nur die durch Beobachtungsfehler bedingten Unterschiede. Jeder Wert ist nur aus einer oder einigen wenigen Beobachtungen gewonnen. Im folgenden gebe ich noch eine Tabelle von W. Wien, die die von ihm beobachteten Werte

$$\frac{w'}{1 + w'} = \frac{n_1^0}{n_1^0 + n_2^0} = a_1'$$

enthält. Mittels der von ihm beobachteten L_2 -Werte sind die Korrekturen berechnet worden.

a_1' sind die korrigierten Werte. Die nicht sehr genauen Werte von L_2 dürften, da es sich nur um ein Korrektionsglied

Tabelle III.

p	L_2	a_1'	a_1
0,0039	50	0,166	0,149
0,0043	64	0,146	0,146
0,0046	63	0,158	0,158
0,0050	49	0,162	0,145
0,0051	64	0,120	0,120
0,0056	70	0,130	0,130
0,0058	44	0,150	0,131
		Mittel 0,147	Mittel 0,139
0,0188	18	0,168	0,120
0,0204	18	0,210	0,164
0,0208	15	0,194	0,138
0,0280	15	0,216	0,164
0,0290	10	0,222	0,140
0,0360	6	0,280	0,150
0,0390	7	0,259	0,152
0,0410	8	0,285	0,192
		Mittel 0,230	Mittel 0,152

handelt, genügen. Während der niedrigste beobachtete Wert von a_1 bei tiefen Drucken 0,12, der höchste bei hohen Drucken 0,285 ist, sind die Unterschiede durch die Korrektur fast verschwunden. Der kleinste Wert ist jetzt 0,12, der höchste 0,192 und dies liegt bereits innerhalb der Meßfelder dieser Meßreihe, da die einzelnen Werte wiederum aus nur einer oder wenigen Beobachtungen stammt. Ein Gang mit dem Druck ist bei den korrigierten Werten nicht mehr vorhanden.

Die Mittelwerte für niedrige und hohe Drücke bei den nichtkorrigierten Werten unterscheiden sich um fast 100 Proz., während die Mittelwerte für die korrigierten Werte rund 0,14 bzw. 0,15 also fast gleich sind. Zu beachten ist, daß die verschiedenen Werte bei sehr verschiedenen Spannungen (zwischen

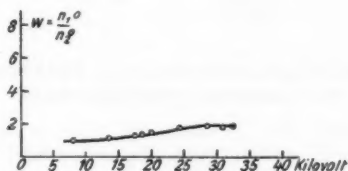


Fig. 1.

15000 und 35000 Volt) beobachtet wurden. Daraus folgt auch, daß eine große Spannungsabhängigkeit für a_1 oder w jedenfalls im Gesamtstrahl nicht vorhanden ist.

Die Gründe für die Verschiedenheit in der Größe der w -Werte in der Nähe und in größerem Abstand von der Kathode werden wir später aufklären. Zunächst läßt diese Verschiedenheit die Größe w im Gesamtkanalstrahl etwas undefiniert erscheinen. Trotzdem habe ich auch die Spannungsabhängigkeit im großen Abstände von der Kathode untersucht. Die Messungen wurden alle bei dem gleichen Druck von 0,001 mm Hg in Wasserstoff vorgenommen, gleichzeitig die neutralen freien Weglängen nach Methode IV gemessen und die Werte damit korrigiert. Jeder Wert wurde mehrmals beobachtet und das Mittel gebildet. Auf diese Weise ergab sich Tabelle IV. Die graphische Darstellung ist in Fig. 1 gegeben. Abszissen sind Entladungsspannungen, die aus der Parallelfunkenstrecke ermittelt wurden, Ordinaten die Werte von w .

Man erkennt ein deutliches Anwachsen mit der Spannung, bei einer Steigerung der Spannung von 8000 auf 32000 Volt auf den doppelten Wert. Niemals werden so große Werte beobachtet, wie Hr. Rüttenauer sie findet.

Tabelle IV.

Entladungs- spannung	w
8000	0,099
13500	0,11
17500	0,122
18500	0,139
20200	0,148
24000	0,174
28500	0,190
31000	0,187
32500	0,180

III. Bestimmung der mittleren freien Umladungsweglänge im Gesamtwasserstoffkanalstrahl.

Ehe wir auf die Bestimmung von w mit homogenen Strahlen eingehen, soll die Messung der freien Weglängen im Gesamtstrahl in Wasserstoff kurz behandelt werden. Die näheren Einzelheiten der Anordnung werden im nächsten Abschnitt beschrieben werden. Hier geben wir nur eine kurze Darstellung der eigentlichen Meßeinrichtung. Der Kanalstrahl verlief in einem geerdeten Metallrohr und passierte in einem Abstand von etwa 40 cm von der Kathode eine Blende B . Unmittelbar dahinter trat er in ein 1 cm langes transversales elektrisches Feld ein (Kondensator C_1 mit einem Plattenabstand von 0,15 cm). In einem Abstand von 1 mm hinter C_1 trat der Strahl in einen langen Kondensator C_2 von im ganzen 9,8 cm Länge und 0,15 mm Plattenabstand. Die mit dem negativen Pol der Akkumulatorenbatterie verbundenen Platten beider Kondensatoren waren stets geerdet. 6 cm hinter dem Ende des langen Kondensators befand sich die lineare Thermosäule. Als Galvanometer wurde entweder ein Drehspulensinstrument von Hartmann und Braun oder bei geringen Intensitäten ein Panzergalvanometer verwendet. Aus der schematischen Fig. 2 ist auch die Spannungsschaltung ersichtlich. Als Spannungsquelle diente eine Akkumulatorenbatterie von 500 Volt. Mittels des Paraffinumschalters konnten

die Kondensatoren geerdet oder an Spannung gelegt werden. Man fand

$$\alpha_2 = \frac{1}{L_2} = \frac{1}{9,8} \ln \frac{A_1}{A_2},$$

wo A_1 den Galvanometerausschlag bedeutet, wenn nur C_1 an Spannung lag, A_2 , wenn C_1 und C_2 an Spannung lagen. Jeder Wert wurde mindestens sechsmal bestimmt und das Mittel

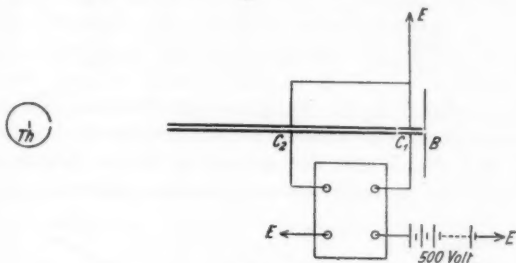


Fig. 2.

genommen. Die so gefundenen L_2 -Werte sind in Zentimetern in Tab. V als Funktion von Spannung und Druck zusammengestellt. Die L_1 -Werte sind mit Hilfe der w -Werte aus Tab. III berechnet.

Tabelle V.

Entladungsspannung: 11400 Volt
 $w = 0,1$

p	L_2	L_1
0,0028	44	4,4
0,00545	31	3,1
0,0075	25	2,5
0,01	21	2,1
0,0174	12	1,2

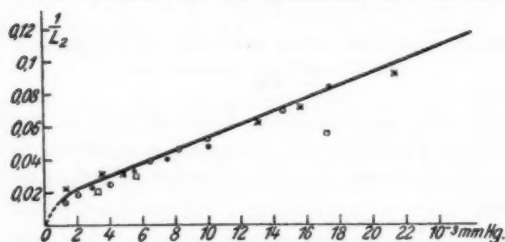
Entladungsspannung: 21000 Volt
 $w = 0,14$

0,0013	44	6,2
0,0035	32	4,5
0,0048	32	4,5
0,0082	22	3,1
0,013	16	2,2
0,0156	14	2
0,0214	11	1,5

Tabelle V (Fortsetzung).
Entladungsspannung: 32000 Volt
 $w = 0,19$

p	L_2	L_1
0,0012	70	13,3
0,002	53	10
0,004	40	7,6
0,0065	26	4,9
0,0082	22	4,2
0,01	19	3,6
0,0146	14,6	2,8

Fig. 3 zeigt $1/L_2$ als Funktion des Druckes. Obwohl die Spannung von 11400—32000 Volt variiert wurde, ist dies ohne Einfluß auf die Werte der neutralen freien Weglängen geblieben. W. Wien hatte ferner gefunden, daß die auf Atmo-



• 11400 Volt, × 21000 Volt, ○ 32000 Volt, □ W. Wien.

Fig. 3.

sphärendruck umgerechneten freien Weglängen sich als größer ergaben, wenn man von den bei höheren Drucken gemessenen Werten ausging, als wenn man die bei niedrigen Drucken gemessenen Werte benutzt. Hierin muß man einen Widerspruch zu den Gesetzen der kinetischen Gastheorie erblicken. Die von mir beobachtete Druckabhängigkeit zeigt in präziser Fassung die von W. Wien gefundene Anomalie. Nach den Gesetzen der kinetischen Gastheorie sollte $1/L_2 = c p$ sein. Tatsächlich besteht aber von nahe 0,002 mm Hg aufwärts eine Beziehung von der Form:

$$\frac{1}{L_2} = a + b p.$$

Erst bei tieferen Drucken biegt die Kurve anscheinend um. Für $p = 0$ muß natürlich die Zahl der Zusammenstöße $1/L_2$

auch gleich Null werden. Auf die nähere Diskussion dieser Abweichungen kommen wir noch zurück. In der Figur sind auch einige von W. Wien beobachteten Werte eingetragen, die mit Methode III gewonnen sind. Bei tiefen Drucken fügen sie sich meinen Werten ziemlich gut ein. Die L_2 -Werte sind nur etwas größer. Der Grund liegt darin, daß bei der Messung von w die Feldausdehnung nicht berücksichtigt ist. Die Wirkung ist eine Vergrößerung der L_2 -Werte, die besonders bei hohen Drucken sehr merklich in Erscheinung tritt. Deshalb liegt der Wert bei 0,017 mm Hg von W. Wien wesentlich unter meiner Kurve. Werte, die nach Methode I gewonnen sind, sind weniger genau. Dies liegt daran, daß $(n_1/n_2 - w)$ eine Differenz von an sich schwer zu bestimmenden kleinen Größen ist. Die Resultate von w und damit L_1 sind ebenfalls weniger genau als die von L_2 , weil der Fehler der Einzelbeobachtungen auf den Ausdruck $\frac{A_1}{A_2} - 1$, besonders wenn A_1/A_2 wenig von 1 verschieden ist, also bei kleinen Werten von w von viel größerem Einfluß ist, als auf den Ausdruck $\ln A_1/A_2$.

Auch für Methode I läßt sich die Korrektur wegen Feldausdehnung berechnen. Es mag genügen, hier zu bemerken, daß, wie ich mich durch Vergleichsmessungen überzeugt habe, die Methoden I, III und IV zu Resultaten führen, die innerhalb der Versuchsfehler übereinstimmen.

Als Gesamtergebnis der Messungen im Gesamtstrahl kann gesagt werden, daß L_2 nicht merklich von der Strahlgeschwindigkeit abhängt, und vom Druck in der Weise, daß bei kleinen Drucken L_2 kleiner ist als aus einer Beziehung $\frac{1}{L_2} = c p$ folgen würde. $\frac{n_1^0}{n_2^0} = w$ erweist sich im Gegensatz zu den Resultaten von W. Wien als unabhängig vom Druck und etwas abhängig von der Geschwindigkeit, so daß w mit der Spannung zunimmt. Infolgedessen wird L_1 etwas abhängig von der Spannung, so daß L_1 mit zunehmender Geschwindigkeit zunimmt. Die Werte von L_1 sind wesentlich kleiner als die von L_2 . Hier sind wir wieder in voller Übereinstimmung mit W. Wien.

Man kann indessen mit Recht gegen alle diese Beobachtungen einwenden, daß sie möglicherweise nichts Brauchbares aussagen, weil im Gesamtkanalstrahl Teilchen sehr ver-

schiedener Art, Masse und Geschwindigkeit vorhanden sind. Etwas Bestimmtes über die Zusammensetzung eines sogen. „Wasserstoffkanalstrahles“ kann indessen nicht ausgesagt werden, solange nicht die gesamte Zusammensetzung im magnetischen Spektrum energetisch untersucht ist. Dabei müßten für die Analyse fremder Bestandteile stärkere Felder benutzt werden. Solche Untersuchungen sind bisher nicht ausgeführt worden. Alle Angaben, die über die Gesamtzusammensetzung gemacht werden, beziehen sich auf Beobachtungen mit dem Phosphoreszenzschirm oder der photographischen Platte. Je nachdem das eine oder andere Beobachtungsmittel angewandt wird, sind die Ergebnisse ganz verschieden. Bekanntlich fand J. J. Thomson unter allen Umständen mit dem Phosphoreszenzschirm Wasserstoffstrahlen auch in den Kanalstrahlen anderer Gase in scheinbar so großer Menge, daß er auf eine Umwandlung der Elemente in Wasserstoff im Entladungsrohr schließen zu müssen glaubte. Andererseits findet T. Retschinsky¹⁾ unter gewissen Bedingungen im Wasserstoffkanal mit der photographischen Platte überhaupt keine Wasserstoffparabeln, sondern nur Parabeln des Sauerstoffs und Quecksilbers, unter besonderen Bedingungen sogar Quecksilber allein.²⁾ Die Resultate sind zum Teil zu erklären aus der Verschiedenheit der Empfindlichkeit der Untersuchungsmethoden für verschiedene Teilchenarten. Irgendwelche quantitativen Schlüsse können aus ihnen jedenfalls nicht gezogen werden. Daß es Bedingungen gibt, bei denen in einem Wasserstoffkanalstrahl selbst bei guter Gasdurchströmung die Verunreinigungen sehr wesentlich überwiegen, wie A. Rüttenauer meint, muß als nicht sehr wahrscheinlich bezeichnet werden. Viel wichtiger scheint mir die seit den neueren Untersuchungen an Kanalstrahlen bekannte Tatsache, daß in den Kanalstrahlen zweiatomiger Gase mehrere verschiedene Geschwindigkeitsbereiche enthalten sind, nämlich:

1. die sogenannten schnellen Atome, die den größten Teil des Kathodenfalls als geladene Atome durchlaufen haben;

1) T. Retschinsky, Ann. d. Phys. 48. S. 546ff. 1915.

2) Der spezielle Fall, daß im Wasserstoffstrahl nur Hg beobachtet wurde, trat nur ein, wenn das Rohr vorher mit Sauerstoff betrieben war. Hier kommen wohl noch chemische Reaktionen als Erklärung in Betracht.

2. Moleküle, deren kinetische Energie der der schnellen Atome gleich ist und
3. langsamer Atome, die als Moleküle beschleunigt und dann in Atome zerfallen sind.

Sowohl T. Retschinsky als Verf.¹⁾ haben im Kanalstrahl zweiatomiger Gase ein Überwiegen der langsamen Atome gefunden, wenn man aus der gemessenen Energiekurve die Teilchenzahlkurve berechnet. Daraus würde folgen, daß z. B. im Gesamtwasserstoffkanalstrahl ein sehr beträchtlicher Bruchteil aller Teilchen eine viel kleinere Geschwindigkeit besitzt, als sich aus der Entladungsspannung errechnet. Diese Teilchen sind aber größtenteils ebenfalls Wasserstoffatome und nicht fremde Beimengungen.

Auch in dem von mir untersuchten Gesamtstrahl überwogen, wie ich nachweisen konnte, die langsamen Atome, deren Voltgeschwindigkeit nur halb so groß ist wie die der schnellen Atome und Moleküle. Man kann also hier die Parallelfunkstrecke durchaus nicht als sicheres Maß für die Geschwindigkeit benutzen. Dies und nicht etwa fremde Bestandteile scheint mir weit mehr den Gesamtstrahl vom homogenen Strahl zu unterscheiden. Indessen ist natürlich auch der Anteil an Molekülen und Verunreinigungen wohl zu beachten, zumal die kinetische Energie der langsamen Wasserstoffatome klein ist, so daß sie weniger auf das Thermoelement wirken als die schnellen Atome.

IV. Messung mit homogenen Wasserstoffatomstrahlen in Wasserstoff.

1. Methode und Anordnung.

Für die Messungen mit homogenen Strahlen scheint an sich die von uns als Methode II bezeichnete Methode die am meisten geeignete zu sein. Denn um einen homogenen Strahl zu erhalten, muß der Gesamtstrahl mit Hilfe eines elektrischen und ihm parallelen magnetischen Feldes zerlegt werden, und es muß dann etwa der Kopf der Atomparabel ausgeblendet werden, wie W. Hammer²⁾ es als erster gemacht hat. Der homogene Strahl ist, wenn er die Felder verläßt, ganz geladen und man kann nun untersuchen, bis zu welchem Bruchteil

1) E. Rüchardt, Ann. d. Phys. 48. S. 838. 1915.

2) W. Hammer, Phys. Zeitschr. 12. S. 1077. 1911 und Ann. d. Phys. 43. S. 653. 1914.

er sich wieder neutralisiert hat, wenn er die Strecke x bis zu einem weiteren elektrischen Feld durchlaufen hat. Das ist aber gerade die Methode II. w ist dabei nur in sehr großem Abstände oder bei höheren Drucken zu bestimmen, wenn der Strahl wieder im Gleichgewicht ist. Diese Methode hat A. Rüttenauer angewandt und in ähnlicher Weise haben auch Königsberger und Kutschewski beobachtet. Wir werden später die Bedenken, die gegen diese Methode vorzubringen sind, erörtern. Mir schien es wünschenswert, bei der von mir am Gesamtstrahl benutzten Methode zu bleiben und Methode II nur gelegentlich zum Vergleich hinzuzunehmen.

Die Anordnung ist in Fig. 4 gezeichnet. Die Kathode K_1 bestand aus einem Eisenzyylinder von 4 cm Durchmesser, 4 cm

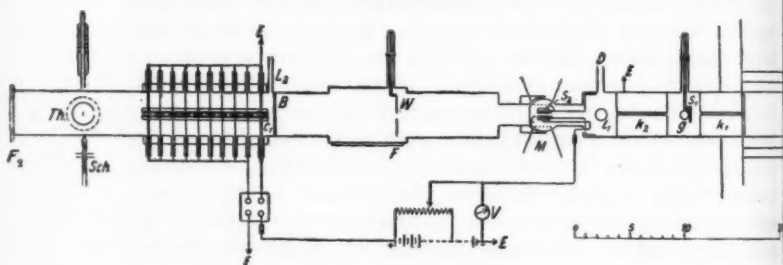


Fig. 4.

Länge, mit einer Bohrung von 1,8 mm. Sie hatte eine Aluminiumstirn, die vom Rande etwas abgesetzt war. Dies trägt sehr wesentlich zur Vermeidung von kleinen Funken bei, die leicht an der Berührungsstelle zwischen Glaswand und Kathode auftreten und die Ruhe der Entladung beeinträchtigen. Außerdem war immer für eine vollkommen saubere Oberfläche der Aluminiumfläche zu sorgen. Die Kathode war in ein Messingrohr eingelötet und ebenso ein gleichartiger durchbohrter Eisenzyylinder von 4,5 cm Länge K_2 . Auch das ganze Beobachtungsrohr bestand aus Messing, und war ebenso wie die Kathode geerdet. Zwischen K_1 und K_2 bei G wirkte die rotierende Gaedepumpe. S_1 ist eine Klappe zum Abschirmen der Strahlen. Bei D wirkte eine Diffusionspumpe. Die rotierende Pumpe wurde bei diesen Versuchen gleichzeitig als Vorpumpe für die Diffusionspumpe benutzt. Mit dieser An-

ordnung konnten beträchtliche Druckunterschiede zwischen Beobachtungs- und Entladungsraum aufrechterhalten werden. Der Kanalstrahl trat nun in einen Kugelschliff¹⁾ S_2 aus Messing ein, in dessen Mitte das erste elektrische Feld C_0 lag, bestehend aus einem Kondensator von 1 cm Länge und 2 mm Plattenabstand. Der Schliff hielt, wenn mit hartem Gummifett gefettet, ausgezeichnet dicht, so daß durch Drehen des Schliffes dem Beobachtungsrohr jede passende Orientierung gegen das Entladungsrohr gegeben werden konnte. Fig. 5 zeigt die Kugel von vorn. Aus dieser Figur ersieht man, wie das magnetische Feld von außen durch den Magneten M erzeugt wurde. C_0 konnte mit Hilfe der aus der Figur ersichtlichen Potentiometerschaltung auf eine passende Spannung gebracht werden, die maximal 500 Volt betrug. Der abgelenkte Strahl fiel nun auf den Wiellemitschirm W aus Glas, der eine Bohrung in der Mitte hatte. Auf dem Schirm wurden dann durch das Glas-



Fig. 5.

fenster F hindurch die Parabeln sichtbar. Das ganze Rohr war auf einer schweren Eisenschiene montiert und konnte vertikal mittels Schlitten und feiner Schraube horizontal ebenfalls mit einer Schraube so gedreht werden, daß der Kopf der schnellen Atomparabel das Diaphragma von W passierte. Dann wurde W fortgeklappt und die Messingblende B diente zur eigentlichen Ausblendung. Der homogene Atomstrahl trat nun in den bereits früher beschriebenen Raum ein, in dem der Kondensator C_1 und 1 mm von ihm entfernt, der lange Kondensator von 9,8 cm Länge lag. Dieser bestand eigentlich, wie es die Figur zeigt, aus neun einzelnen Kondensatoren von je 1 cm Länge, zwischen denen Abstände von 1 mm bestanden. Dadurch konnte die Gesamtlänge des langen Kondensators variiert und gelegentlich auch Methode I zur Kontrolle hinzugezogen werden. Wir wollen die Kondensatoren, die gewöhnlich zu einem langen Kondensator vereinigt waren, wie in der Figur gezeichnet, mit C_2 bis C_{10} bezeichnen. Die Zuführungen

1) Hrn. W. Hammer bin ich für die freundlich briefliche Mitteilung seiner Erfahrungen mit Kugelschliffen zu Danke verpflichtet.

zu diesen Kondensatoren waren, einzeln isoliert. hinausgeführt. C_1 war von C_0 25,5 cm entfernt. Th. ist eine sehr empfindliche, aus fünf hintereinander geschalteten Elementen bestehende Thermosäule von Zeiss, die sich durch sehr geringe Trägheit auszeichnete. Sie konnte in einem in der Figur punktiert angedeuteten Ansatz aus dem Strahlengang mittels eines Schliffes hinaufgezogen werden, wenn man durch das Fenster F_2 in das Rohr hineinsehen wollte. Die Empfindlichkeit des Panzer-galvanometers betrug etwa 10^{-10} Amp. pro Skalenteil bei 10 Ohm Widerstand und etwa 2 m Skalenabstand. Das Entladungsrohr war durch einen Eisenschutz vor den Einwirkungen des Magneten geschützt. Als Stromquelle diente entweder eine Wersemaschine oder eine 20plattige Influenzmaschine von Leuner, die sich beide gleich gut bewährten. Der Wasserstoff wurde mit einem Kippschen Apparat aus Zn und Schwefelsäure erzeugt, durch saure und basische Kaliumpermanganatlösung gereinigt, über eine glühende Kupferspirale geleitet und über konzentrierter Schwefelsäure und P_2O_5 getrocknet. Das Gas wurde getrennt in den Beobachtungs- und Entladungsraum dauernd durch enge Kapillaren eingeleitet und abgepunkt. Der Druck konnte mit einem Mc Leodschen Manometer bei L_1 oder L_2 gemessen werden. Hg-Dämpfe wurden stets sorgfältig mit fester Kohlensäure und Aceton oder flüssiger Luft ferngehalten. Es ist klar, daß die von mir benutzte Methode eine große Empfindlichkeit der Meßapparate und eine außerordentliche Konstanz der Entladung zur Vorbedingung hat. Andererseits besitzt sie alle früher geschilderten, für Methode IV charakteristischen Vorteile und ist vor allem frei von möglichen Störungen durch das weit entfernte Magnetfeld, das durch seine Streuung immer verdächtig ist. In dieser Anordnung wird also bei S_2 ein homogener geladener Strahl vom Gesamtstrahl abgespalten auf dem Wege bis C_1 hat er sich zum Teil neutralisiert. Hier wird ihm mittels C_1 der Rest der Ladung entzogen, so daß in dem langen Kondensator nunmehr ein neutraler homogener Atomstrahl eintritt. Die Messung von L_2 geht nun gerade so vor sich wie im Gesamtstrahl. Dieser kleine Rest des Gesamtstrahls, dessen Umladungen hier beobachtet werden, bedarf aber natürlich zu seiner Messung weit größerer Empfindlichkeit der Hilfsmittel. Die Galvanometerausschläge betrugen bei mittlerer Strahl-

geschwindigkeit 100—200 Skalenteile. Da die Thermosäule gegen Temperaturveränderungen im Zimmer sehr empfindlich war, habe ich immer zeitlich beobachtet und ein etwaiges langsames Kriechen des Nullpunktes eliminiert, wenn es nötig war. Die Spannung von 500 Volt, die auch hier als Ablenkungsspannung dient, war mehr als ausreichend, um alle geladenen Atome hinlänglich weit aus dem Strahlengang abzulenken. Die einzelnen Beobachtungen wurden stets mehrfach ausgeführt und gemittelt. Die Übereinstimmung war meist sehr gut. Ein Beispiel zeigt Tabelle VI.

Tabelle VI.

$p = 0,0039$

Spannung 29 500 Volt

A_1 (Aus Schlag mit C_1)	A_2 (Aus Schlag mit C_1 bis C_{10})	A_1/A_2
158	111	1,42
161	109	1,48
162	112	1,45
162	113	1,44
		Mittel 1,45

$$\frac{1}{L_2} = \frac{1}{9,8} \cdot \ln 1,45 = 0,038; L_2 = 26,4 \text{ cm.}$$

Die Entladungsspannung wurde durch eine Parallelfunkstrecke von 1 cm Radius gemessen und die Spannung aus der Tabelle von Heydweiller in Kohlrauschs Praktischer Physik entnommen.

Die wahre Geschwindigkeit der homogenen Wasserstoffatomstrahlen bei verschiedenen Entladungsspannungen wurde in der Weise bestimmt, daß bei möglichst hohem Vakuum im Beobachtungsraum nur elektrisch mit C_0 abgelenkt wurde und mittels zweier, auf dem Willemitschirm angebrachter Strichmarken im Abstand von 0,8 cm die Ablenkung gemessen wurde, die das erste Maximum (schnelle Atome) erfuhr. Um diese Ablenkung zu erzielen, war je nach der Geschwindigkeit eine verschieden große ablenkende Spannung notwendig, die jeweils am Voltmeter V abgelesen werden konnte. Es sei:

V_0 Entladungsspannung in Volt.

V_a Ablenkende Spannung in Volt.

v Strahlgeschwindigkeit.

V_x Beschleunigende Spannung.

$1 + \frac{1}{\lambda}$ Abstand von C_0 bis W (13 cm).

λ Länge des Feldes (1 cm).

d Abstand der Kondensatorplatten (0,2 cm).

x Elektrische Ablenkung (9,8 cm).

Dann gilt:

$$x = \frac{K e}{m v^2} = \frac{V_a \lambda \left(1 + \frac{\lambda}{2}\right) e}{d v^2 m},$$

$$\frac{m v^2}{2} = e V_x = \frac{V_a \lambda \left(1 + \frac{\lambda}{2}\right) e}{2 d x},$$

$$V_x = \frac{V_a}{x} \frac{\left(1 + \frac{\lambda}{2}\right) \lambda}{2 d} = 32,5 \frac{V_a}{x} = 40,6 V_a,$$

$$v = \sqrt{\frac{2 e}{m} V_x} = \sqrt{\frac{2 e}{m} \frac{V_x}{V_0}} \sqrt{V_0}.$$

Folgende Tabelle gibt die Messungen:

Tabelle VII.

x	Funke	V_0	V_x	V_x/V_0	$v \cdot 10^{-8}$ cm/sec
0,8	6	20400	17400	0,85	1,74
0,8	7,5	24600	19100	0,78	1,91
0,8	8	26000	19500	0,75	1,97
0,8	8,4	27000	21500	0,79	2,03
0,8	10	30800	22500	0,73	2,14
0,8	12	34500	24000	0,70	2,26

Mittel 0,77

also errechnete sich v aus:

$$v = 1,22 \sqrt{V_0} 10^8,$$

wenn V_0 im Volt gemessen ist und v in cm/sec berechnet werden soll. Eine derartige bestimmende Geschwindigkeit sollte immer an der eigenen Apparatur durchgeführt werden, da V_x/V_0 mit der Röhrenform und Entladungsart variiert.

Die freien Weglängen an den langsamsten Strahlen wurden bei hohen Spannungen gemessen durch Einstellen auf das Maximum der langsamen Atome. Wegen ihrer großen Zahl war dann die Beobachtung besser durchzuführen, als wenn man bei niedriger Spannung auf schnelle Atome eingestellt hätte.

2. Resultate für L_1 , w und L_1 mit homogenen Wasserstoffatomstrahlen im Wasserstoff.

Die Bestimmung der Größe w mit homogenen Strahlen erwies sich als recht schwierig. Erstens handelte es sich um Messung kleiner Ausschlagsdifferenzen mit einer sehr empfindlichen Anordnung, zweitens mußte sehr darauf geachtet werden, daß der homogene Strahl wirklich wieder im Gleichgewicht war. Es zeigte sich, daß dies zutraf, wenn der Druck größer war als 0,006 mm Hg, falls mit Kondensator C_1 beobachtet wurde. Kontrolliert wurde dies dadurch, daß w einmal mit C_1 und dann mit C_{10} bestimmt wurde, dessen Abstand von C_0 10 cm größer war. Ergab sich in beiden Fällen der gleiche Wert, so war der Strahl im Gleichgewicht. Die Korrektur wegen Feldausdehnung wurde wie früher angebracht. Innerhalb des

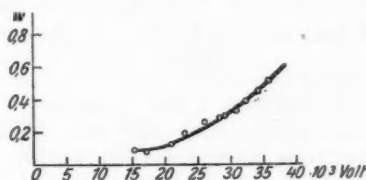


Fig. 6.

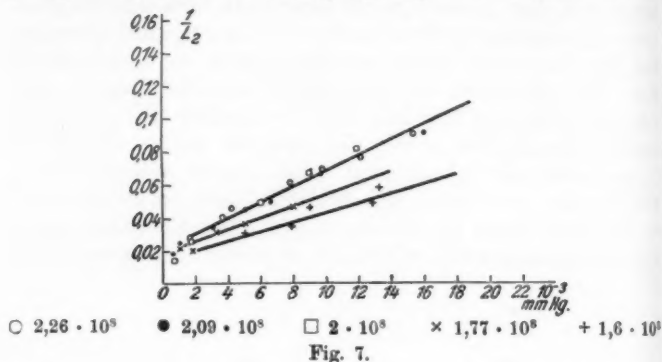
brauchbaren Druckbereiches, also von 0,006 mm Hg aufwärts zeigten sich die so korrigierten Werte auch jetzt vom Druck unabhängig. Z. B. ergab sich in einem Falle

$p = 0,006$	$w = 0,31$
$p = 0,009$	$w = 0,36$
$p = 0,012$	$w = 0,34$

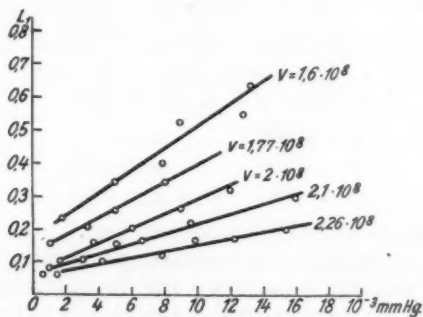
was ganz innerhalb der Fehlergrenzen liegt.

Die für verschiedene Spannungen gefundenen Werte sind in Tab. VII und Fig. 6 gegeben. Die Spannungsabhängigkeit ist größer als im Gesamtstrahl. Bei niedrigen Geschwindigkeiten stimmen die Werte im Gesamtstrahl mit denen im homogenen Strahl überein, bei größeren Geschwindigkeiten sind die Werte im homogenen Strahl größer. Dies erklärt sich zwanglos durch die beträchtlichen Beimengungen langsamer Atome im Gesamtstrahl, ebenso erklärte sich jetzt, weshalb im Gesamtstrahl in der Nähe der Kathode w kleiner

ausfällt als im großen Abstand; in der Nähe sind mehr langsame Atome im Strahl vorhanden, in größerer Entfernung ist ihre Zahl wegen stärkerer Absorption der langsamen Strahlen geringer. Die Werte von L_2 und L_1 sind ebenfalls in der



Tab. VIII und in den Figg. 7 und 8 gegeben. Bei größeren Geschwindigkeiten konnte auch hier eine Abhängigkeit von L_2 von der Spannung nicht gefunden werden. Nimmt die Geschwindigkeit aber beträchtlich ab, so nimmt L_2 wenig aber



doch deutlich zu. Dies steht im Gegensatz zu den Angaben von A. Rüttenauer, der eine starke Zunahme von L_2 mit zunehmender Geschwindigkeit findet. L_1 nimmt dagegen mit zunehmender Geschwindigkeit beträchtlich zu. Die Druckabhängigkeit ist ganz ähnlich wie im Gesamtstrahl. Auch die

Größen von L_2 sind nicht sehr von den im Gesamtstrahl beobachteten verschieden.

Tabelle VIII.

Geschwindigkeit: $2,26 \cdot 10^8$ cm/sec $w = 0,45$			$2,09 \cdot 10^8$ cm/sec $w = 0,3$		
p	L_2	L_1	p	L_2	L_1
0,0017	35	16	0,0006	53	16
0,0042	21	9,5	0,001	40	12
0,0078	16	7	0,003	29	8,7
0,0098	14,4	6,5	0,005	22	6,6
0,0122	13	5,8	0,0066	20	6
0,0154	11	5	0,0096	15	4,5
			0,016	11	3,3

Geschwindigkeit: $2 \cdot 10^8$ cm/sec $w = 0,25$			$1,77 \cdot 10^8$ cm/sec $w = 0,14$		
p	L_2	L_1	p	L_2	L_1
0,0007	68	17	0,001	43	6
0,0017	37	9,4	0,0033	32	4,5
0,0037	25	6,3	0,005	27	3,8
0,006	20	5	0,008	21	2,9
0,009	15	3,8			
0,012	12,3	3,1			

Geschwindigkeit: $1,6 \cdot 10^8$ cm/sec $w = 0,09$			Entladungs- spannung	w
p	L_2	L_1		
0,0018	47	4,2	36000	0,51
0,005	32	2,9	34500	0,45
0,0079	28	2,5	32500	0,39
0,009	21	1,9	30800	0,33
0,0128	20	1,8	29000	0,30
0,0132	17	1,5	28500	0,28
			26000	0,26
			23000	0,19
			21000	0,13
			17200	0,08
			15400	0,09

3. Zur Kritik der Beobachtungen von A. Rüttenauer.

Die schon mehrfach erwähnten Arbeiten von A. Rüttenauer, in denen stets Methode II benutzt wird, führen zu

Ergebnissen, welche weder quantitativ noch qualitativ mit den meinigen oder denen von W. Wien übereinstimmen. Folgende Zusammenstellung soll das erläutern.

Rüchardt	Rüttenauer
<i>w</i> für homogene H-Strahlen in H_2 .	
Nicht linear mit der Spannung zunehmend.	Linear mit der Spannung zunehmend.
0,1 bis 0,5 zwischen 15000 und 35000 Volt.	0,4 bis 0,7 zwischen 8000 und 35000 Volt.
Vom Druck nicht merklich abhängig.	Vom Druck nicht merklich abhängig.

L_2 für homogene H-Strahlen in H_2 .	
Wenig mit abnehmender Spannung wachsend.	Stark mit abnehmender Spannung abnehmend.
Druckabhängigkeit: linear.	Druckabhängigkeit $1/L_2 = f(p)$ kompliziert; linear bei hohen und tiefen Drucken, Inflexion bei mittleren Drucken.

L_1 für homogene H-Strahlen in H_2 .	
Viel kleiner als L_2	Nur wenig kleiner als L_2 .
Wachsend mit zunehmender Spannung.	Wachsend mit zunehmender Spannung.
Druckabhängigkeit vom gleichen Charakter wie bei L_2 .	

Nur bei niedrigen Spannungen besteht eine einigermaßen befriedigende Übereinstimmung in den Werten von L_2 , sonst betragen die Werte von L_2 bei Hrn. Rüttenauer etwa das Doppelte der meinigen, während die L_1 -Werte etwa 4–5mal so groß sind wie bei mir. Dieser letzte Unterschied liegt zum großen Teil in den großen *w*-Werten von Hrn. Rüttenauer begründet. Es war mir möglich, wenigstens bei tiefen Drucken zu Vergleichszwecken die Rüttenauersche Methode zu benutzen. Es wurde dabei der Ausschlag A_1 des Galvanometers gemessen, wenn keiner der Meßkondensatoren eingeschaltet war, dann wurde C_1 eingeschaltet und der Ausschlag A_2 gemessen. Dann ist

$$\frac{1}{L} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} = \frac{1}{x} \ln \frac{\frac{n_1}{n_2} + 1}{\frac{n_1}{n_2} - w},$$

wobei

$$\frac{A_1 - A_2}{A_2} = \frac{n_1}{n_2}$$

und

$$L_2 = L \frac{w + 1}{w}, \quad L_1 = L (w + 1).$$

Die Strecke x zwischen C_0 und C_1 betrug 25,5 cm. Die auf diese Weise gemessene und mittels meiner w -Werte berechneten Werte von L_1 und L_2 ergaben sich auch immer größer als die nach der von mir benutzten Methode.

Ein Beispiel soll dies zeigen.

Spannung: 29000 Volt, $p = 0,001$ mm Hg, $w = 0,326$.

Methode IV: $L_2 = 38,3$ cm $L_1 = 12,5$ cm

Methode II: $L_2 = 104$ „ $L_1 = 34$ „

Hier liefert also Methode II etwa den dreifachen Wert für L_1 und L_2 gegenüber Methode IV. Der Grund für die Abweichungen der Messungen ist also nicht allein in den Unterschieden der w -Werte begründet. Der Grund ist vielmehr wahrscheinlich darin zu suchen, daß der geladene Strahl auch nach dem Verlassen des eigentlichen ablenkenden Feldes dem magnetischen Streufeld unterworfen ist. Die Folge davon ist, daß jedes innerhalb dieses Streufeldes neutralisierte Teilchen tangential zur leicht gekrümmten Strahlrichtung weiterfliegt und auf diese Weise ein Strahl entsteht, der in seinem Querschnitt keinen homogenen Ladungszustand besitzt. Der Phosphoreszenzfleck nimmt dann eine etwas verlängerte, elliptische Gestalt an, was besonders bei höheren Drucken zu beobachten ist. Der stärker abgelenkte Teil des Fleckes muß dabei offenbar reicher an geladenen Teilchen sein als der weniger abgelenkte. Wendet man nun enge Blenden an, so kann man verschiedene Teile des Fleckes ausblenden und man sollte erwarten, dann nach der Methode von Hrn. Rüttenauer auch verschiedene Werte für die freien Weglängen zu erhalten. Es wird dabei keiner der beiden Werte richtig sein, weil die Voraussetzung für die Gültigkeit der Theorie ist, daß das Ladungsgleichgewicht sich ungestört lediglich unter dem Einfluß der Zusammenstöße herstellt, was hier nicht der Fall ist. Folgende Versuche sollen die Änderung der freien Weglänge mit der Stelle der Ausblendung zeigen.

Spannung: 29000 Volt, $p = 0,00105$ mm Hg.

Stärker abgelenkter Teil des Atomparabelkopfes

Methode II: $L_2 = 95$

$L_1 = 32$

Methode IV: $L_2 = 45,4$

$L_1 = 14,8$

Weniger abgelenkter Teil des Atomparabelkopfes

$$\text{Methode II: } L_2 = 69 \\ L_1 = 23$$

$$\text{Methode IV: } L_2 = 45 \\ L_1 = 15$$

$$\text{Spannung: } 32500 \text{ Volt, } p = 0,002 \text{ mm Hg.}$$

Stärker abgelenkter Teil des Atomparabelkopfes

$$\text{Methode II: } L_2 = 80 \\ L_1 = 30$$

$$\text{Methode IV: } L_2 = 31,0 \\ L_1 = 12$$

Weniger abgelenkter Teil des Atomparabelkopfes

$$\text{Methode II: } L_2 = 61 \\ L_1 = 23$$

$$\text{Methode IV: } L_2 = 32,5 \\ L_1 = 12,4$$

Während die nach meiner Methode gewonnenen Werte von der Art der Ausblendung unabhängig sind, zeigen sich beträchtliche Unterschiede bei der Methode von Hrn. Rüttenauer. Dies zeigt, daß neben den Umladungen noch das Streufeld eine Rolle spielt. Bei Hrn. Rüttenauer mag die Magnetfeldstreuung vielleicht kleiner gewesen sein als bei mir, doch waren auch seine Abstände kleiner, so daß er in vielen Fällen in großer Nähe des Magneten arbeitete, nämlich im Abstand von 12 cm. Meine Messungen sind in sehr großem Abstände vom Magneten mit einem stets neutralen Strahl ausgeführt.

Die Unterschiede in den w -Werten bei mir und Hrn. Rüttenauer sind auf andere Gründe zurückzuführen. Erstens wurden von Hrn. Rüttenauer 3 cm lange Kondensatoren benutzt und die Feldausdehnung nicht berücksichtigt. Die Korrektur ist aber bereits sehr beträchtlich. Zweitens genügt es nicht, wenn diese Korrektur nicht beachtet wird, das Vorhandensein des Ladungsgleichgewichtes dadurch zu konstatieren, daß mit Steigerung des Druckes w sich nicht ändert. Angenommen nämlich bei einem Drucke p_1 sei noch kein Gleichgewicht vorhanden, dann wird w zu groß gefunden. Steigert man p_1 auf p_2 , dann wird w zwar kleiner, weil man dem Gleichgewicht näher kommt, aber andererseits wieder größer, weil mit Steigerung des Druckes die Zahl der Umladungen innerhalb des Feldes zunimmt, wodurch w scheinbar vergrößert wird. So kann w nahezu unverändert bleiben, vom Drucke fast unabhängig erscheinen und doch viel zu groß sein. Für die Messungen im Gesamtstrahl, die Hr. Rütten-

nauer anführt, gelten diese Einwendungen nur zum Teil. Die Benutzung der Korrektur führt hier auch zu einer Erniedrigung der Werte, doch bleiben sie immer noch viel zu groß; auch ist es nicht verständlich, daß keine Druckabhängigkeit gefunden wurde. Wie die Korrektur die Werte von Hrn. Rüttenauer verändert, soll an einem Beispiel gezeigt werden. Hr. Rüttenauer findet bei einer Spannung von 31,500 Volt $w' = 0,66$, nach der Formel

$$w = (w' + 1) e^{-a_2 \Delta x} - 1$$

mit $\Delta x = 3$ und meinen für die benutzten Beobachtungsdrucke 0,0133 mm Hg und 0,0164 mm Hg gültigem a_2 -Werte findet man, daß $w = 0,66$ sich erniedrigt, aus der einen Beobachtung auf $w = 0,3$, aus der anderen $w = 0,25$. Ich habe für die Spannung 31,500 Volt sogar einen etwas höheren Wert: 0,36 gefunden.

Endlich möchte ich einige Worte über die Messungen Hrn. Rüttenauers an H_2 -Strahlen hinzufügen. Es ist bei dem starken Zerfall der H_2 -Moleküle in H-Atome, der besonders bei höheren Drucken und Geschwindigkeiten hervortritt, sehr wahrscheinlich, daß bereits der erste Neutralisierungsvorgang hier meist mit einem Zerfall verbunden ist. Es ist deshalb fraglich, ob man überhaupt von einem Ladungsgleichgewicht sprechen kann. Wenn man w in großem Abstände von der Kathode bestimmt, hat man jedenfalls einen großen Teil langsamer Atome im Strahl, und nur zum Teil Moleküle. Daß tatsächlich die Zahl der neutralen Moleküle im Kanalstrahl überhaupt nur sehr gering ist, zeigt die äußerst schwache bewegte Intensität des Viellinienspektrums, dessen Dopplereffekt kürzlich von H. Rau nach langen vergeblichen Bemühungen mit äußerst langen Expositionszeiten an einer Anzahl von Linien nachgewiesen werden konnte.

Ohne behaupten zu wollen, die Gründe für die Unterschiede der Ergebnisse in der Messung der freien Weglänge von Hrn. Rüttenauer und mir völlig aufgeklärt zu haben, glaube ich doch, daß der Ort, wo sie zu suchen sind, gewiesen ist.

V. Versuche mit Wasserstoffatomstrahlen in Stickstoff und Sauerstoff.

Bei den Messungen der freien Weglängen von Wasserstoffatomstrahlen in anderen Gasen war eine noch sorgfältigere

Trennung von Entladungs- und Beobachtungsraum erforderlich. Die rotierende Pumpe wurde deshalb nur als Vorpumpe benutzt, während in der Kathode bei *G* eine zweite Diffusionspumpe pumpte. Dadurch konnte der Beobachtungsraum praktisch völlig frei von Wasserstoff gehalten werden. Man konnte den Druck im Beobachtungsraum in sehr weiten Grenzen variieren, ohne daß dadurch die Spannung merklich beeinflusst wurde. Die Beobachtungen wurden in Stickstoff und Sauerstoff ausgeführt. Beide Gase wurden Stahlbomben entnommen. Wurde die Stickstoffzuströmung ganz abgestellt und der Wasserstoffdruck im Entladungsrohr auf den höchsten benutzten Wert gebracht, so zeigte das Manometer im Beobachtungsraum zirka 0,0001 mm Hg, deshalb ist bei den höheren

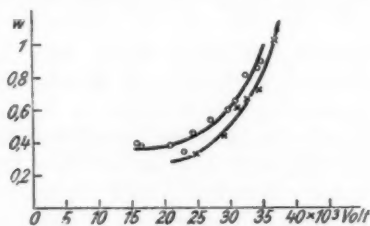


Fig. 9. o H in N₂. x H in O₂.

Stickstoffdrucken der Wasserstoffpartialdruck gänzlich zu vernachlässigen. Bei niedrigen Drucken von etwa 0,001 mm Hg habe ich zur Kontrolle auch in das Entladungsrohr Stickstoff einströmen lassen, um sicher zu sein, in praktisch reinem Stickstoff zu arbeiten. Man bekommt dann natürlich wesentlich Stickstoffstrahlen; es sind aber immer auch etwas Wasserstoffstrahlen vorhanden, die durch das elektrische und magnetische Feld ausgesondert werden können. Die Ausschläge am Galvanometer sind dann natürlich ziemlich klein. Unterschiede, die größer sind als die möglichen Meßfehler, habe ich durch diese Abänderung nicht erhalten, wodurch bewiesen ist, daß auch bei niedrigen Drucken keine merklichen Fehler durch den geringen Wasserstoffpartialdruck entstehen.

Die Beobachtungen mit Stickstoff sind in Tab. IX und Figg. 9, 10, 11 zusammengestellt. Der Gesamtcharakter der Druck- und Spannungsabhängigkeit ist der gleiche geblieben,

nur scheint L_2 noch weniger von v abzuhängen als im Wasserstoff. Die Meßgenauigkeit reicht gerade noch aus, um sie zu konstatieren.

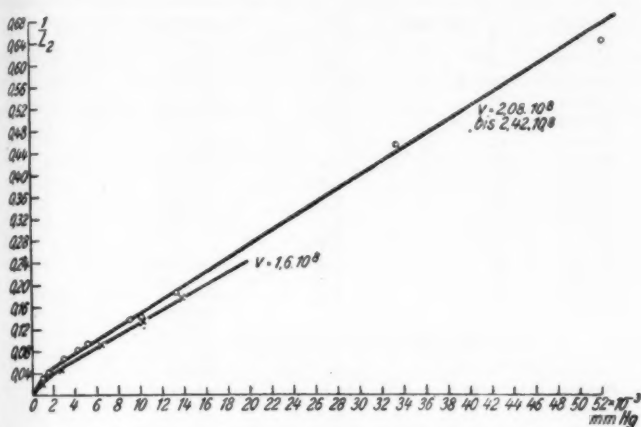


Fig. 10. H in N_2 .

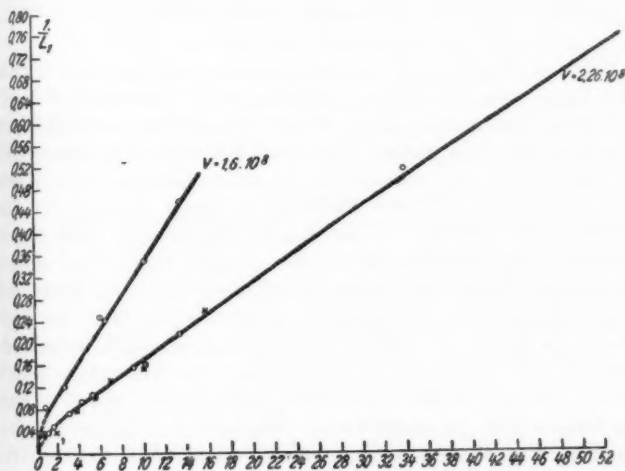
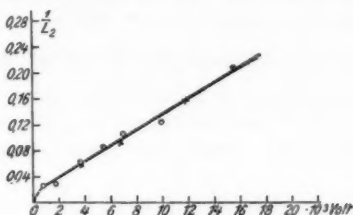


Fig. 11. \circ H in N_2 . \times H in O_2 .

Versuche mit Wasserstoffatomstrahlen in Sauerstoff wurden in gleicher Weise ausgeführt wie in Stickstoff. Die Resultate sind in Tab. X und in Figg. 9, 11, 12 gegeben. Die L_2 -Werte sind praktisch genau ebenso groß wie für die langsamen Strahlen im Stickstoff. Eine Spannungsabhängigkeit war überhaupt nicht mehr vorhanden. Die Werte von w sind etwas kleiner als im Stickstoff. Hr. Rüttenauer findet für diesen Fall merkwürdigerweise viel kleinere Werte. Seine Zahlen für w sind

Fig. 12. H in O_2 .

o $2,2 \cdot 10^8 - 2,5 \cdot 10^8$. $\times 1,6 \cdot 10^8$.

nur wenig größer als die von ihm für Wasserstoffstrahlen in Wasserstoff gefundenen, während die meinigen etwa das $1\frac{1}{2}$ -fache von den Werten im Wasserstoff betragen. Eine möglicherweise nicht vollständige Trennung der Gase bei Hrn. Rüttenauer dürfte wohl kaum viel ausmachen. In einigen Versuchen von W. Wien im Gesamtstrahl bei nicht ganz vollständiger Gastrennung ist das Verhältnis der nichtkorrigierten Werte von a_1 für H in O_2 zu H in H_2 ebenfalls etwa 2.

Tabelle X.

$v = 2,5 - 2,2 \cdot 10^8$		$v = 1,6 \cdot 10^8$	
p	L_2	p	L_2
0,0008	37,1	0,0037	17,2
0,0019	31,8	0,0068	10,8
0,0037	15,9	0,0118	6,33
0,0055	11,6		
0,007	9,6	Spannung	w
0,01	8,06	36800	1,02
0,0156	4,8	34400	0,72
		32500	0,66
		31000	0,62
		29000	0,44
		24500	0,33

Tabelle X (Fortsetzung).

$v = 2,26 \cdot 10^3 \quad w = 0,8$		$v = 1,9 \cdot 10^3 \quad w = 0,33$	
p	L_1	p	L_1
0,008	29,6	0,008	12,2
0,0019	25,5	0,0019	10,5
0,0037	12,7	0,0037	5,25
0,0055	9,6	0,0055	3,84
0,007	7,7	0,007	3,17
0,01	6,45	0,01	2,66
0,0156	3,85	0,0156	1,58

Über die Druckabhängigkeit der freien Weglängen.

Die Abhängigkeit der freien Weglängen vom Druck läßt sich, wie schon auf S. 390 erwähnt, innerhalb des Meßbereiches befriedigend darstellen durch eine lineare Beziehung von der Form:

$$\frac{1}{L} = a + bp.$$

Es lag nahe zu vermuten, daß der konstante Summand a , der scheinbar bedingt, daß für $p = 0$ $1/L$ nicht gleich Null wird, wie zu fordern ist, nur auf einen fremden Dampfdruck zurückzuführen ist. Kittstellen und Fettschliffe konnten ja nicht vermieden werden. Ist dieser Dampfdruck unabhängig von p und gleich r , so wird

$$\frac{1}{L} = cr + bp$$

und $a = cr$.

Für diese Vermutung spricht, daß für die neutrale freie Weglänge L_2 a immer sehr nahe den gleichen Wert 0,02 besitzt, gleichgültig, ob die H-Strahlen in H_2 , N_2 oder O_2 verlaufen. Auch durch besseres Reinigen des Wasserstoffs und intensivere Kühlung konnte die Größe von a nicht merklich geändert werden. Die Frage, ob wirklich ein fremder Dampfdruck vorliegt, konnte mit homogenen Strahlen nicht entschieden werden, da bei der komplizierten Apparatur Fettschliffe und Kittungen unvermeidlich sind. Doch habe ich die Frage im Gesamtwasserstoffkanalstrahl untersucht. Es wurde zu diesem Zwecke ein ganz neues, in einem Stück geblasenes Rohr und andere Ablenkungskondensatoren verwendet. Die Anordnung ist aus Fig. 13 zu ersehen. Jeder Fettschliff und jede Kittung war vermieden. Alle Zuleitungen wurden

mit Platin eingeschmolzen. Die Druckdifferenz zwischen Beobachtungs- und Entladungsraum wurde mit Hilfe von Glaskapillaren K_1 , K_2 aufrecht erhalten. Die Kathode K bestand aus Aluminium. Die Kondensatoren C_1 , C_2 waren aus 2 cm breiten und 0,5 cm dicken Messingplatten gefertigt. Die Platten wurden durch runde Glasstäbchen, die in Löcher der Platten genau hineinpaßten und mit Schraubchen festgeklemmt waren, im Abstand von 4 mm voneinander gehalten. Die eine stets geerdete Platte war aus einem Stück gefertigt und hatte eine Länge von 13 cm. Die andere Platte bestand aus zwei durch einen kleinen Abstand getrennten und so voneinander isolierten Platten von 1 cm und 11,8 cm Länge. Man erhielt auf diese Weise wieder 2 Kondensatoren, die un-

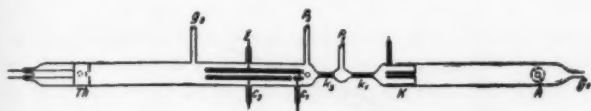


Fig. 13.

mittelbar hintereinander lagen. Der 1 cm lange Kondensator diente zur Neutralisierung des Strahles und eventuell zur Bestimmung von w , der 11,8 cm lange zur eigentlichen Messung von L_2 . Der Strahl trat durch eine 1 mm weite Blende in die Kondensatoren ein und konnte mit Hilfe eines kleinen, von außen magnetisch verschiebbaren Eisenplättchens abgeschirmt werden. Das Thermoelement (ein lineares Element, dünner Silberblechstreifen mit Drähtchen aus Eisen und Konstantan) war diesmal 16 cm vom Kondensator entfernt. Als ablenkende Spannung dienten 1000 Volt einer Akkumulatorenbatterie. Bei P_1 wirkte eine Diffusionspumpe, bei P_2 ebenfalls, wenn nötig auch zwei parallel. Bei G_1 und G_2 strömte reiner Wasserstoff durch Kapillaren zu. Vor dem Einströmen passierte er ein Kühlrohr mit flüssiger Luft. Ebenso wurde der Hg-Dampf durch Kühlung mit flüssiger Luft ferngehalten. Es wurden 2 Meßreihen bei 21000 und bei 28000 Volt aufgenommen. Fig. 14 zeigt das Ergebnis. In der Tat ist die Druckanomalie verschwunden. Die obere Kurve stellt die Ergebnisse der früheren Messungen im Gesamtstrahl dar, es ist also die Kurve der Fig. 3. Bei niedrigen Drucken betragen die Unterschiede mehr

als 100%, bei höheren Drucken fallen die Kurven zusammen. Man sieht, daß die Wirkung des Dampfdruckes bei niedrigen Drucken bedeutend war. Über die Größe dieses Dampfdruckes läßt sich nichts Bestimmtes sagen, weil im Dampf vermutlich ähnlich wie in N_2 und O_2 die freien Weglängen L_2 viel kleiner, die Umladungszahlen viel größer sind als in H_2 . Bei H-Strahlen in N_2 und O_2 ist deshalb auch der Einfluß des Dampfdruckes viel weniger bemerkbar.

Wenn die Darstellung der früher gemessenen Druckabhängigkeit durch die lineare Beziehung $1/L_2 = cr + bp$ streng richtig wäre, müßte die Beseitigung des als konstant angenommenen Dampfdruckes eine Parallelverschiebung der ganzen Kurve nach unten zur Folge haben. Tatsächlich

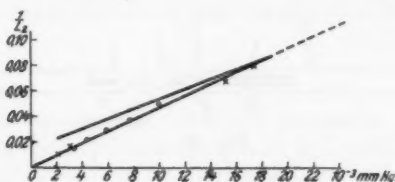


Fig. 14.

x 28000 Volt. o 21000 Volt.

ändert sich aber die Neigung ein wenig und bei höheren Drucken fallen die Kurven zusammen. Man muß daraus schließen, daß r nicht konstant, sondern bei niedrigen Drucken größer ist als bei höheren. Die Kurven, die wir früher als Gerade angesehen haben, sind es nur angenähert. Der durchgemessene Druckbereich ist aber nicht so groß, daß die Abweichung von der Geraden merklich ist. Dieses Verhalten ist, weil mit Durchströmung gearbeitet wurde, durchaus verständlich. Bei höheren Drucken ist die Gasspülung und Gaserneuerung viel energischer und demnach das Gas wesentlich rein, bei tiefen Drucken, also geringerer Durchströmung ist dagegen der Dampfdruck nicht unbeträchtlich. Es ist also zu folgern, daß die richtigen Werte der freien Weglängen aus Messungen bei höheren Drucken und zwar oberhalb etwa 0,014 mm Hg erhalten werden. Es gilt streng die Beziehung $1/L = cp$ und analog für L_1 .

Man kann nun Umladungswirkungssphären σ_2 und σ_1 defi-

nieren für die Umladungen von neutral zu positiv bzw. umgekehrt durch die Gleichungen:

$$\frac{1}{L_2} = N \sigma_2^2 \pi \quad \text{und} \quad \frac{1}{L_1} = N \sigma_1^2 \pi,$$

wobei N die Zahl der Moleküle in Kubikzentimeter beim Drucke p und der Temperatur T ist. Nun ist $N_0 = 2,7 \cdot 10^{19}$ die Zahl für 0°C und 760 mm Hg, und es gilt:

$$N = N_0 \frac{273 p}{T 760}.$$

Für 300° abs. haben wir deshalb:

$$N = \frac{2,45 \cdot 10^{19} p}{760}.$$

Setzen wir:

$$\frac{1}{L_2} = c p,$$

wo c der Tangens des Neigungswinkels der Geraden ist, die einen bei genügend hohem Druck p gemessenen Punkt mit dem Koordinatenanfangspunkt verbindet, so bekommen wir:

$$\sigma_2 = \sqrt{\frac{760 c}{2,45 \cdot 10^{19} \cdot \pi}}.$$

Hierbei ist bei der Berechnung von c L_2 in Zentimeter und p in mm Hg zu rechnen, wenn σ_2 in Zentimetern erhalten werden soll. Ferner gilt wegen $L_1 = w L_2$:

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_2}{\sqrt{w}}.$$

Auf diese Weise sind aus den gemessenen L_2 -Werten bei genügend hohen Drucken die Zahlen der Tab. XI gewonnen. Zu diesen Zahlen ist folgendes zu sagen:

Tabelle XI.

H-Strahlen in H_2 .

$v = 2-2,26 \cdot 10^8$, $v = 1,77 \cdot 10^8$, $v = 1,6 \cdot 10^8$, $v = 2,26 \cdot 10^8$, $v = 1,6 \cdot 10^8$

$\sigma_2 \cdot 10^8 \text{ cm}$	$\sigma_2 \cdot 10^8 \text{ cm}$	$\sigma_2 \cdot 10^8 \text{ cm}$	$\sigma_1 \cdot 10^8 \text{ cm}$	$\sigma_1 \cdot 10^8 \text{ cm}$
0,762	0,674	0,612	1,13	2,04

H-Strahlen in N_2 .

$v = 2,08-2,42 \cdot 10^8$ — $v = 1,6 \cdot 10^8$, $v = 2,26 \cdot 10^8$, $v = 1,6 \cdot 10^8$

1,17	—	1,10	1,22	1,84
------	---	------	------	------

H-Strahlen in O_2 .

$v = 2,2-2,5 \cdot 10^8$ — $v = 1,6 \cdot 10^8$, $v = 2,26 \cdot 10^8$, $v = 1,6 \cdot 10^8$

1,13	—	1,13	1,28	2,14
------	---	------	------	------

σ_2 bei H-Strahlen in H_2 ist nur wenig größer als der Radius der ersten Bohrschen Bahn im Wasserstoffatom ($0,532 \cdot 10^{-8}$ cm). Auf angenähert diesen Abstand müssen sich also die Zentren des bewegten Wasserstoffatoms und des H_2 -Moleküls nahe kommen, damit Ionisierung des Atoms eintritt. D. h. das Elektron des H-Atoms muß in unmittelbare Nähe zum Kern des H_2 -Moleküls kommen. Die beiden Planetensysteme müssen sich sozusagen durchdringen. In N_2 und O_2 ist σ_2 für H-Strahlen fast doppelt so groß wie in H_2 . Von der Geschwindigkeit hängen die σ_2 -Werte im untersuchten Geschwindigkeitsbereich kaum ab. Eine kleine Abnahme mit abnehmendem v ist vorhanden.

Im Gegensatz hierzu sind die Wirkungssphären σ_1 fast unabhängig von der Natur des Gases, in dem der H-Strahl verläuft, und wesentlich eine Funktion der Geschwindigkeit der Strahlen. Mit abnehmender Geschwindigkeit nimmt σ_1 stark zu. Dies bedeutet, daß der Rekombinationsvorgang, d. h. die Aufnahme eines Elektrons durch einen freien H-Kern im Kanalstrahl seitens eines ruhenden Gasmoleküls wesentlich durch die Dauer der Berührung oder Nähewirkung bestimmt ist. Die Rekombination wird um so wahrscheinlicher, je größer diese Dauer ist. Die Größe von σ_1 ist bei den untersuchten Geschwindigkeiten 2 bis 3mal so groß wie σ_2 für H-Strahlen in H_2 .

Damit scheinen mir die ganzen Umladungsvorgänge auf wenige übersichtliche Gesetzmäßigkeiten zurückgeführt zu sein. Alle Abweichungen von den Gesetzen der kinetischen Gastheorie haben sich als nur scheinbare erwiesen, verursacht teils durch nicht genügende Beachtung der Ausdehnung der ablenkenden Felder, teils durch fremden Dampfdruck. Werte der Umladungsweglängen bei anderen als H-Strahlen werden sich voraussichtlich nun leicht gewinnen lassen. Für die Verwendung des Zahlenmaterials dieser Arbeit sei ausdrücklich darauf hingewiesen, daß nur die Werte der Tab. XI frei sind von den Fehlern, die der Dampfdruck verursacht. Für jeden Druck p kann L_2 berechnet werden aus

$$L_2 = \frac{760}{2,45 \cdot 10^{10} p \sigma_2^2 \pi}$$

und L_1 aus:

$$L_1 = w L_2,$$

w ist aus den gegebenen Kurven zu entnehmen.

Über den Zusammenhang zwischen den Umladungen und der Lichterregung.

Eine Erweiterung der Theorie der Zusammenstöße mit den Molekülen des ruhenden Gases gestattet durch Vergleich mit gewissen spektralen Beobachtungen einiges über den Zusammenhang zwischen den Umladungen und der Lichterregung auszusagen. Die Theorie, die von W. Wien aufgestellt ist, führt folgende Größen ein:

n_1	Zahl der geladenen Atome.
n_2	„ „ ungeladenen Atome.
n_3	„ „ zum Leuchten erregten Atome.
L_1	mittlere freie Weglänge der geladenen bis zur Umladung.
L_2	„ „ „ „ ungeladenen bis zur Umladung.
l_2	„ „ „ „ ungeladenen bis zur Lichterregung.
l_3	„ „ „ „ erregten bis zum unerregten Zustand.
l	„ „ „ „ erregten bis zum Leuchten.
l_1	„ „ „ „ erregten bis zur Störung des erregten Zustandes ohne Leuchten.

Folgende Vorstellung der Vorgänge kann man dabei als angenommen betrachten: Bei der Umladung von positiv zu neutral findet beim Wasserstoff keine Serienemission statt. Serienemission erfolgt, wenn ein erregtes neutrales Atom in den unerregten Zustand zurückkehrt. Unter „erregt“ ist in diesem Falle stets verstanden der Zustand eines Atoms, in dem es sich befinden muß, um eine bestimmte Serienlinie (z. B. H_β) zu emittieren, also für H_β das Elektron in der vierten stationären Bahn. Alle übrigen Atome in Zuständen des neutralen und angeregten Atoms werden zu den Teilchenzahlen n_2 gerechnet. l_2 bedeutet analog die mittlere freie Weglänge eines neutralen Atoms bis zu einem Zusammenstoß, der die Emission einer bestimmten Spektrallinie (z. B. H_β) zur Folge hat. l kann als mittlere freie Weglänge des „Verweilens“ bezeichnet werden. Sie ist vom Druck unabhängig und der Geschwindigkeit der Strahlen proportional. l_1 ist die mittlere freie Weglänge eines erregten Atoms bis zu einem Zusammen-

stoß, der das Elektron etwa noch weiter hinausbefördert oder dergleichen, jedenfalls aber bis zu einem Vorgang, der verhindert, daß eine Emission der erwarteten Spektrallinie erfolgt. Hierzu würde also auch ein Übergang aus der vierten in die dritte oder erste statt in die zweite stationäre Bahn zu rechnen sein. l_3 hängt mit l und l_1 durch die Beziehung

$$\frac{1}{l_3} = \frac{1}{l} + \frac{1}{l_1}$$

zusammen. Außer l nehmen alle freien Weglängen mit zunehmendem Druck ab und sind jedenfalls in erster Annäherung dem Druck umgekehrt proportional.

L_2 und L_1 sind aus den Umladungsmessungen bekannt. l_2 ist für H_β aus der Messung der absoluten Lichtemission der Kanalstrahlen unter der Annahme, daß bei jedem Emissionsakt $h\nu$ ausgestrahlt wird, der Größenordnung nach bekannt.¹⁾ Für $p = 0,089$ mm Hg findet W. Wien $L_2 = 740$ cm. Die Emission in H_β ist also ein sehr seltenes Ereignis.

l ist aus den Abklingungsmessungen von W. Wien bekannt.²⁾ Aus $J = J_0 e^{-2\alpha t}$, wo $2\alpha = 4,35 \cdot 10^7$ findet man $l = v/2\alpha$. l_1 ist zunächst unbekannt, kann aber, wenn man annimmt, daß jeder kinetische Zusammenstoß auch ein Störungsstoß ist, der Größenordnung nach gleich der gas-kinetischen Weglänge in H_2 gesetzt werden.

Es gelten dann die Gleichungen:

$$\begin{aligned} \frac{dn_1}{dx} &= \frac{n_2 + n_3}{L_2} - \frac{n_1}{L_1}, \\ \frac{dn_2}{dx} &= \frac{n_1}{L_1} + \frac{n_3}{l_3} - \frac{n_2}{l_2} - \frac{n_2}{L_2}, \\ \frac{dn_3}{dx} &= \frac{n_2}{l_2} - \frac{n_3}{l_3} - \frac{n_3}{L_2}. \end{aligned}$$

Die Integrale lauten:

$$\begin{aligned} n_1 &= A e^{-\gamma x} + A_2, \\ n_2 &= -\frac{A l_2 (L_1 - l_3) e^{-\gamma x}}{L_1 l_3 + L_1 l_2 - l_2 l_3} + C e^{-\beta x} + \frac{A_2 l_2 L_2 (l_3 + L_2)}{L_1 (l_2 L_2 + l_2 l_3 + L_2 l_3)}, \\ n_3 &= -\frac{A L_1 l_2 e^{-\gamma x}}{L_1 l_3 + L_1 l_2 - l_2 l_3} + C e^{-\beta x} + \frac{A_2 l_2 L_2^2}{L_1 (l_2 L_2 + l_2 l_3 + L_2 l_3)}, \end{aligned}$$

1) W. Wien, Ann. d. Phys. **23**, S. 415. 1907.

2) W. Wien, Ann. d. Phys. **60**, S. 597. 1919 und **66**, S. 229. 1921.
G. Mie, Ann. d. Phys. **66**, S. 237. 1921.

wobei

$$\gamma = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}, \quad \beta = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3},$$

$$n_1 + n_2 + n_3 = N, \quad A_2 = N \frac{L_1}{L_1 + L_2}.$$

A_2 ist durch die Gesamtteilchenzahl bestimmt, A und C sind Integrationskonstanten.

Kürzlich hat L. Vegard¹⁾ einen früher von ihm ausgeführten Versuch²⁾ zum Zwecke von Aussagen über die Lichterregungsvorgänge diskutiert. Der Beobachtungsraum des Kanalstrahlenrohres lief bei diesem Versuch in ein enges Rohr aus, das in ein magnetisches Feld gebracht werden konnte. Der Spektrograph visierte das Ende dieses ganz vom Kanalstrahlenlicht erfüllten Rohres unter einem kleinen Winkel gegen die Achse an. Durch die Aufnahme des Wasserstoffspektrums mit und ohne Feld erhielt Vegard folgende Resultate für H_β :

Funke	p	J/J_m
5 mm	0,035	1,89
5 „	0,056	2,33
3 „	0,1	2,91

J/J_m ist das Verhältnis der bewegten Intensitäten ohne Feld und mit Feld. Je höher der Druck ist, um so mehr wird das Leuchten durch das magnetische Feld geschwächt. Die Länge des Feldes betrug 4,2 cm.

Hr. Vegard berechnet diesen Effekt quantitativ wie folgt: Kurz vor dem Eintritt in das Feld mögen im Strahl n_1^0 positive und n_2^0 neutrale Atome vorhanden sein. Da die bewegten Serienlinien nur von neutralen Atomen ausgesandt werden, ist die beobachtete Intensität am Ende des engen Rohres ohne Feld: $J = K \cdot n_2^0$, mit Magnetfeld:

$$J_m = K n_2^0 e^{-\frac{x}{L_2}}$$

und

$$\frac{J}{J_m} = e^{\frac{x}{L_2}}.$$

1) L. Vegard, Phil. Mag. 41. S. 558. 1921.

2) L. Vegard, Ann. d. Phys. 39. S. 161. 1922.

Die Tabelle zeigt, daß Beobachtung und Berechnung befriedigend übereinstimmt. L_2 ist aus meinen Beobachtungen für die langsamsten von mir benutzten Strahlen eingesetzt.

p	L_2	L_1	J/J_m	J/J_m
0,035	8	0,64	1,69	1,89
0,056	5,3	0,43	2,21	2,33
0,1	3,13	0,13	3,82	2,91

Ohne auf die weiteren Betrachtungen von Hrn. Vegard einzugehen, denen eine weniger detaillierte Vorstellung zugrunde liegt, wenden wir die Theorie von W. Wien auf diesen Versuch an. Nach dieser Theorie würde sich der betrachtete Versuch viel komplizierter darstellen. Wir haben, weil alle geladenen Teilchen aus dem Strahl auf dem Wege x entfernt werden, $L_1 = \infty$ zu setzen, ferner im Gleichgewicht für $x = 0$, $n_2 = n_2^0$, $n_3 = n_3^0$ und für $x = \infty$ $n_2 = n_3 = 0$. Dadurch reduzieren sich die drei Differentialgleichungen auf 2:

$$\frac{d n_2}{d x} = \frac{n_3}{l_3} - \frac{n_2}{l_2} - \frac{n_2}{L_2},$$

$$\frac{d n_3}{d x} = \frac{n_2}{l_2} - \frac{n_3}{l_3} - \frac{n_3}{L_2}.$$

Ferner wird:

$$n_2 = -\frac{A l_2 e^{-\gamma x}}{l_3 + l_2} - C e^{-\beta x},$$

$$n_3 = -\frac{A l_3 e^{-\gamma x}}{l_3 + l_2} + C e^{-\beta x}.$$

Die Grenzbedingungen liefern:

$$n_2^0 + n_3^0 = -A; \quad \frac{n_3^0 l_2 - n_2^0 l_3}{l_2 + l_3} = C.$$

Ferner ist im Gleichgewicht:

$$\frac{d n_2}{d x} = \frac{n_2^0}{l_2} - \frac{n_2^0}{l_3} - \frac{n_2^0}{L_2} = 0,$$

woraus:

$$\frac{n_2^0}{n_3^0} = l_2 \frac{L_2 + l_3}{L_2 l_3}.$$

Durch Einsetzen in die Gleichungen für n_2 und n_3 findet man für n_3 :

$$n_3 = \frac{n_3^0}{l_2 + l_3} \left\{ l_3 \left[1 + \frac{l_1 (L_2 + l_1)}{L_2 l_3} e^{-\gamma x} \right] + \left[l_2 - l_1 l_3 \frac{(L_2 + l_1)}{L_2 l_3} \right] e^{-\beta x} \right\}.$$

Dann folgt:

$$\frac{J}{J_m} = \frac{n_3^0}{n_3} = \frac{l_2 + l_3}{l_3 \left[1 + \frac{l_1 (L_2 + l_1)}{L_2 l_3} e^{-\gamma x} \right] + \left[l_2 - l_1 l_3 \frac{(L_2 + l_1)}{L_2 l_3} \right] e^{-\beta x}}.$$

Wenn nun, wie man aus den Erfahrungen über die Größe der verschiedenen freien Weglängen schließen darf, $l_2 \gg l_3$ und auch $L_2 > l_3$, so vereinfacht sich der Ausdruck in:

$$\frac{J}{J_m} = \frac{1}{e^{-\frac{x}{L_2}} - \frac{l_2}{L_2} e^{-\frac{x}{l_3}}}.$$

Der zweite Summand im Nenner wird klein gegen den ersten, wenn $l_3 < L_2$ und erst recht, wenn $x \gg l_3$, so daß man in der Tat, wie von Hrn. Vegard beobachtet ist, erhält:

$$\frac{J}{J_m} = e^{\frac{x}{L_2}}.$$

Nun ist l_3 gegeben durch:

$$\frac{1}{l_3} = \frac{1}{l} + \frac{1}{l_1}.$$

Hierbei wissen wir fast nichts über l_1 . Ist l_1 sehr groß gegen l , was nicht anzunehmen ist, so wird $l_3 = l$. Ist das Umgekehrte der Fall, so wird $l_3 = l_1$. Die obere Grenze von l_3 ist deshalb durch $l_3 = l$ gegeben. l ist unabhängig vom Druck und durch Geschwindigkeit und Abklingungskonstante bestimmt. Die folgende Tabelle zeigt die verschiedenen Werte für die Bedingungen von L. Vegard.

Funke	v	p	$l = l_{3 \max}$	l_2	L_2
5 mm	$5,65 \cdot 10^7$	0,045	1,3	820	8
5 „	$5,65 \cdot 10^7$	0,056	1,3	520	5,3
3 „	$5,3 \cdot 10^7$	0,1	1,22	290	3,13

Die Ablenkungsstrecke x betrug 4,2 cm. Auch mit diesem Maximalwert von l_3 sind die Bedingungen $l_3 \ll l_2$ und $l < L_2$ noch hinreichend erfüllt. Wahrscheinlich ist aber die Störungs-

weglänge klein, so daß l_2 wesentlich kleiner ist. Das Vegard'sche Ergebnis ist deshalb im Einklang mit der Theorie, wenn man die Erfahrung über die Größenordnung der verschiedenen Weglängen hinzunimmt, doch erlaubt es nichts Bestimmtes über die freie Weglänge der Störung l_1 auszusagen. Eine etwas bestimmtere Aussage über l_1 kann man vielleicht auf Grund einer anderen Beobachtung von Vegard machen.

Hr. Vegard¹⁾ hat nämlich gefunden, daß die bewegte Intensität der Serienlinie mit zunehmendem Druck weniger zunimmt als der Druckzunahme und der damit proportionalen Stoßzahlzunahme entspricht. Folgende Tabelle zeigt dies für H_β für drei verschiedene Spannungen und zwei Drucke ($p = 0,1$ und $p = 0,085$).

Funke	$J_{\beta 0,1} / J_{\beta 0,085}$
2 mm	1,55
6 „	1,45
10 „	1,62

Da das Druckverhältnis 2,85 ist, so sieht man, daß die Intensität in der Tat weniger zunimmt, als proportional zu p .

Wenn ein für die Emission von H_β erregtes Atom einen Störungsstoß erhält, ehe es zur Emission gelangt ist, so wird dieses Leuchten nicht zustande kommen. Da die Verweilzeit als vom Druck unabhängig anzusehen ist, während l_1 mit wachsendem Druck abnimmt, werden bei höherem Drucke mehr Atome während der Verweilzeit gestört werden als bei niedrigerem Drucke. Die mittlere Störungsweglänge ist l_1 . Die „Lebensdauer“ des erregten Atoms bis zur Störung ist l_1/v . Es sei nun n_0 die mittlere Zahl der Anregungen bei den Zusammenstößen zur Zeit $t = 0$. n_0 ist dem Drucke proportional. Diese Zahl nimmt infolge der Ausstrahlung in der Zeit T bis zum nächsten Störungsstoße ab auf

$$n = n_0 e^{-\frac{T}{\tau}}.$$

Die Zahl der Ausstrahlungsakte ist:

$$n_0 \left(1 - e^{-\frac{T}{\tau}} \right).$$

1) L. Vegard, Ann. d. Phys. 39. S. 154. 1912.

Bei zwei Drucken p_1 und p_2 ist also das Verhältnis der bewegten Intensitäten gegeben durch:

$$\frac{J_1}{J_2} = \frac{n_{01}}{n_{02}} \frac{1 - e^{-\frac{T_1}{\tau}}}{1 - e^{-\frac{T_2}{\tau}}} = \frac{p_1}{p_2} \frac{1 - e^{-\frac{l_1}{l}}}{1 - e^{-\frac{p_1}{p_2} \frac{l_1}{l}}}.$$

p_1 sei der höhere, p_2 der niedrigere Druck.

Der Ausdruck auf der rechten Seite muß gleich sein der von Vegard beobachteten Verhältniszahl. Die Geschwindigkeiten sind:

2 mm	$5,08 \cdot 10^7$
6 „	$5,85 \cdot 10^7$
10 „	$6,25 \cdot 10^7$

entnommen aus dem Schwärzungsmaximum der Dopplereffekte von Vegard.

Für 2 mm Funke findet man durch Einsetzen:

$$\frac{1 - e^{-0,86 l_1}}{1 - e^{-2,6 l_1}} = 0,534 \quad \begin{array}{l} \frac{p_1}{p_2} = 2,9, \\ \frac{2\alpha}{\tau} = 0,86. \end{array}$$

Die Gleichung wird befriedigend durch

$$l_1 = 0,65 \text{ cm.}$$

Für die höheren Spannungen findet man analog:

$$l_1 = 0,61 \text{ cm}$$

$$l_1 = 0,87 \text{ „}$$

Im Mittel also $l_1 = 0,71$ für $p = 0,1$.

Hieraus würden sich, Unabhängigkeit der Störungsweglänge von der Geschwindigkeit vorausgesetzt, folgende Werte für l_1 berechnen:

Funke	p	l_1	l_{kin}	l_2	l_3
5 mm	0,035	2,03	0,39	8	0,79
5 „	0,056	1,26	0,245	5,3	0,64
3 „	0,1	0,71	0,135	3,13	0,46

l_1 wäre demnach nicht unbeträchtlich größer als die kinetische freie Weglänge l , die ebenfalls in der Tabelle eingetragen ist,

aber bei den in Betracht kommenden Drucken nicht groß gegen l . l_3 wird also kleiner als $l_{3\max}$.

Man kann zur Berechnung des Druckeffektes auch die Wienschen Gleichungen benutzen. Dann werden auch die Umladungen mit berücksichtigt. Im Gleichgewicht ist:

$$n_3^0 = \frac{A_3 l_3 L_3^2}{L_1 (l_1 L_3 + l_2 l_3 + L_2 l_1)}.$$

Das Verhältnis dieser Werte von n_3^0 bei zwei Drucken ist maßgebend für das Verhältnis der bewegten Intensitäten bei diesen Drucken. Nun sei $n_3^{0'}$ die Zahl beim höheren Druck p_1 , $n_3^{0''}$ beim niedrigeren Druck p_2 .

Dann ist:

$$\frac{n_3^{0'}}{n_3^{0''}} = \frac{L_2 \left(l_1 \frac{p_1}{p_2} + l \right) + l_1 l}{L_2 (l_1 + l) + l_1 l} = 1,55.$$

l_2 ist hierbei als groß gegen die übrigen Größen vorausgesetzt. Ferner ist bei der Rechnung vorausgesetzt, daß alle freien Weglängen außer l sich dem Drucke umgekehrt proportional ändern. l ist für die Geschwindigkeit bei 2 mm Funke 1,17 cm. L_2 ist bei $p = 0,1$ etwa 3 cm.

Man findet hieraus:

$$l_1 = 0,60 \text{ cm}$$

in befriedigender Übereinstimmung mit der vorherigen Rechnung. Benutzt man die Beobachtungen bei 6 und 10 mm Funke von Vegard, so ergeben sich ähnliche Werte. Das Mittel ist 0,69 für 0,1 mm Druck. Eine große Genauigkeit kann bei der Schwierigkeit der Beobachtung den Zahlen natürlich nicht beigemessen werden.

Mit zunehmender Spannung nimmt das bewegte Leuchten nach Vegard ebenfalls stark ab, doch ist dieser Effekt beträchtlich größer, als mit den hier errechneten Werten für l_1 folgen würde, wenn man wieder annimmt, daß der Effekt dadurch zustande kommt, daß infolge der Zunahme von v die Lebensdauer $\tau = l_1/v$ des erregten Atoms abnimmt, so daß es bei größerer Geschwindigkeit häufiger vorkommt, daß ein erregtes Atom während der Verweilzeit gestört wird als bei kleinerer Geschwindigkeit. Der Grund dafür ist vielleicht der, daß man nicht die mit dem Thermoelement gemessene Gesamtenergie des Strahles E multipliziert mit der Entladungs-

spannung V als Maß für die Zahl der leuchtenden Teilchen nehmen darf, wie es bei Hrn. Vegard geschieht. Mit der Spannung ändert sich die Zusammensetzung der Strahlen. Die von Vegard im Dopplereffekt beobachteten Atome sind sehr langsam, wesentlich langsamer noch als die sogenannten langsamen Atome, die als Moleküle beschleunigt sind. Ihre Entstehungsart ist unbekannt, in der elektromagnetischen Analyse sind sie nicht gefunden. Nach Ansicht von T. Retzschinsky entsprechen sie dem von Paschen beobachteten dritten Maximum. Der von den Herren Glimme und Königsberger¹⁾ geäußerten Ansicht, daß es sich bei diesen langsamen Strahlen um sogenannte Stoßstrahlen handelt, die erst im Beobachtungsraum durch Stoß der primären Strahlen ihre Geschwindigkeit erlangt haben, wird man nicht zustimmen können. Gegen das Vorhandensein solcher Strahlen in merklicher Zahl sprechen die Versuche von W. Wien, in denen Kanalstrahlen eines Gases in ein fremdes Gas eintraten. Trotz Anwendung des Stufengitters konnte keine Spur einer bewegten Intensität der Linien des ruhenden Gases wahrgenommen werden. Auch die Anregungsversuche von H. Wilsar und Fulcher widersprechen durchaus dieser Ansicht. Wie die Zahl dieser langsamen Strahlen sich mit der Röhrenspannung ändert, ist gänzlich unbekannt. Beim Vegardschen Druckeffekt werden dagegen nur Werte, die bei gleichen Spannungen beobachtet sind, miteinander verglichen. Hier kann also ein derartiger Einwand nicht gemacht werden.

Durch die zum Teil noch recht provisorischen Betrachtungen des letzten Abschnittes sollte nur gezeigt werden, daß wir uns wohl allmählich der richtigen Vorstellung über die ziemlich komplizierten Vorgänge bei der Lichterregung im Kanalstrahl nähern und die für diese Vorgänge maßgebenden Größen für H_β wenigstens ihrer Größenordnung nach kennen. Es muß Aufgabe weiterer experimenteller Arbeit sein, die feineren Einzelheiten des Bildes zu studieren, die charakteristischen freien Weglängen genauer zu bestimmen und vor allem die Erfahrung auf die anderen Glieder der Balmerreihe auszudehnen.

1) Glimme und Königsberger, Zeitschr. f. Phys. 6. S. 276. 1921.
München, Physik. Inst. d. Universität.

(Eingegangen 13. Dezember 1922.)

**2. Bemerkung zu der Arbeit von N. Kapzow:
 „Über die Diffraktion Hertzscher Wellen in einem
 Raumgitter“;
 von Karl F. Lindman.**

Auf Veranlassung von Prof. W. Romanoff hat Hr. N. Kapzow in Moskau neulich Versuche über die Diffraktion kurzer Hertzscher Wellen in einem Raumgitter ausgeführt, über welche in den Ann. d. Phys., Novemberheft 1922, berichtet worden ist und deren Ergebnisse als ein elektromagnetisches Analogon zu den fundamentalen Braggschen Versuchen über die Röntgenstrahlinterferenz in Kristallen aufgefaßt werden können. In einer Fußnote zu der Einleitung seiner Arbeit weist Hr. Kapzow darauf hin, daß ich schon im Jahre 1914 die „Möglichkeit“ solcher Versuche nachgewiesen habe. Hierzu ist nun zu bemerken, daß ich mich nicht nur hierauf beschränkt, sondern später tatsächlich auch ganz ähnliche Versuche wie die Kapzowschen mit Hertzschen Wellen ausgeführt habe, obwohl Hr. Kapzow meine diesbezügliche Arbeit¹⁾ offenbar nicht gekannt hat. Während ich ringförmige, nahezu geschlossene Gitterelemente und Wellenlängen von etwa 20 bis 32 cm benutzt hatte, bediente sich Hr. Kapzow hohlzylinderförmiger, 12 mm langer Gitterelemente und Wellen einer einzigen Länge, die etwas mehr als 3 cm betrug. Für die Wellenlänge der ungestörten Wellen fand Hr. Kapzow den Wert 3,5 cm, wogegen die vom Gitter „reflektierten“ Wellen gleich 3,2 cm gefunden wurde. Zur Erklärung dieser Abweichung nimmt er an, daß bei der Wellenlängenmessung

1) Karl F. Lindman, „Über eine durch ein dreidimensionales Resonatorensystem erzeugte Interferenz der elektromagnetischen Wellen“ (Acta Academiae Aboensis, Mathem. et Physica, I, Februar 1921. — Referiert von Hrn. Lübeck in den „Physikalischen Berichten“, 3. H. 5. S. 225. 1922).

mittels des geradlinigen Thermoresonators die Eigenperiode der verhältnismäßig wenig gedämpften Gitterelemente auf das Resultat der Messung eine merkliche Wirkung ausübte. Da ich bei meinen oben erwähnten Versuchen auch ähnliche Beobachtungen gemacht hatte, untersuchte ich dabei die Sache näher durch Variation der Wellenlänge und konnte dann in der Tat einen sehr deutlichen Einfluß der genannten Art feststellen. Für eine Periode des Oszillators und des auf ihn abgestimmten geradlinigen Meßresonators, die etwas kleiner als die Eigenperiode der Gitterelemente war, richtete sich (bei meinen Versuchen) der dem Reflexionsmaximum entsprechende Netzebenenabstand allein nach der Eigenperiode der Gitterelemente¹⁾, und bei größeren Perioden des Oszillators und des Meßresonators war auch ein deutlicher Einfluß der Eigenperiode der Gitterelemente merkbar. Es konnte dies dadurch erklärt werden, daß, wie durch besondere Resonanzmessungen nachgewiesen worden war, die von den Gitterebenen ausgehende Strahlung sich im allgemeinen aus zwei Teilen zusammensetzte, nämlich aus einer Eigenstrahlung, die mit den Eigenschwingungen der Gitterelemente isochron war, und einer zerstreuten oder erzwungenen Strahlung, deren Periode mit der der primären Wellen übereinstimmte. Wenn die Periode der primären Wellen etwas kleiner als die der Gitterelemente (bzw. gleich derselben) war, dominierte die Eigenstrahlung des Gitters, während bei größeren Perioden der Primärstrahlung die beiden Komponenten der reflektierten Strahlung sich geltend machten und (in den untersuchten Fällen) eine Verschiebung des Reflexionsmaximums nach der Seite der größeren Werten des Netzebenenabstandes herbeiführten. Da in jenem Falle die am Gitter reflektierte Strahlung hauptsächlich aus der Eigenstrahlung des Gitters bestand und diese Eigenstrahlung weniger gedämpft war als die Eigenschwingungen des geradlinigen Thermoresonators, bot die Sekundärstrahlung des Gitters ein Mittel dar, stehende elektrische Wellen im Luftraume zu erzeugen, deren Länge von der Eigenperiode des Meßresonators und in gewissem Grade auch von der des primären Erregers unabhängig war und sich

1) In dem in der vorigen Fußnote erwähnten Referate wird gesagt, daß dies für $\lambda > 26$ cm (= der Eigenwellenlänge der Gitterelemente) stattfindet; soll sein: für $\lambda < 26$ cm.

nur nach der Eigenperiode der als sekundäre Emissionszentra wirkenden Gitterelemente richtete. Solche im Luftraum objektiv vorkommende stehende elektrische Sekundärwellen konnten in der Tat durch einen Versuch nachgewiesen werden, bei dem die Eigenstrahlung des Gitters an einem ebenen Metallspiegel senkrecht reflektiert wurde.

Åbo, Physikalisches Institut der Akademie,
im Januar 1923.

(Eingegangen 7. Februar 1923.)

3. *Über eine Methode zur Messung der Dispersion der künstlichen Doppelbrechung;*

von Otto Reeb.

(Gießener Dissertation.)

Die meisten Arbeiten über künstliche Doppelbrechung wurden seither unter Beobachtung mit homogenem Licht angestellt und befassen sich mit dem Zusammenhang zwischen den optischen und elastischen Eigenschaften des untersuchten Materials. Nur F. Pockels¹⁾ und H. Ambronn²⁾ berücksichtigen, wenigstens qualitativ, die Abhängigkeit der Doppelbrechung von der Wellenlänge des verwandten Lichtes. Quantitativ wurde die (zuerst von Wertheim beobachtete) Dispersion der Doppelbrechung bisher nur von Filon³⁾ für Glas und von Köhler⁴⁾ für erstarrte Gelatinelösungen bestimmt. Und doch erscheinen gerade derartige Dispersionsmessungen besonders geeignet, um eine Entscheidung über die zur Erklärung der akzidentellen Doppelbrechung aufgestellten Hypothesen herbeizuführen. Als Untersuchungsmaterial eignen sich besonders die kolloiden Systeme der erstarrten Gelatinelösungen, da man bei ihnen durch verschiedene Wahl der Konzentration und durch Zusätze von Chemikalien die physikalischen Eigenschaften der Untersuchungssubstanz willkürlich ändern kann.

Ziel dieser Arbeit ist die Ausarbeitung und Erprobung einer Methode, die gestattet, sowohl die Dispersion eines Materials als auch die Dispersion der Doppelbrechung desselben Materials in deformiertem Zustande zu messen, und zwar

1) F. Pockels, Ann. d. Phys. 37. S. 144, 269, 372. 1889; 7. S. 745. 1902; 9. S. 220. 1902; 11. S. 651. 1903; Phys. Zeitschr. 9. S. 314. 1908.

2) H. Ambronn, Ber. d. sächs. Ges. math.-phys. Kl. 63. S. 249. 1911.

3) L. N. G. Filon, Proceed. Cambr. Phil. Soc. 11. S. 478. 1902; 12. S. 55. 1903; 12. S. 313. 1904; Phil. Transact. London. S. 207. 263. 1907.

4) W. Köhler, Dissert. Gießen 1921.

mit einer Genauigkeit, die genügt, um irgendwelche Beziehungen zwischen der Dispersion des undeformierten und des deformierten Körpers auf ihre Richtigkeit zu prüfen. Diese Aufgabe war im physikalischen Institut der Universität Gießen auf Veranlassung von Prof. W. König zuerst von W. Köhler in Angriff genommen worden. Die Ergebnisse ließen die von ihm angewandte neue Methode zwar als aussichtsvoll erscheinen, befriedigten aber noch nicht ganz in bezug auf die Sicherheit und Genauigkeit der Messungen. Eine weitere Nachprüfung und kritische Durcharbeitung der Methode war erforderlich. Sie ist in der vorliegenden Arbeit geleistet worden.

Diskussion der zur Messung der Doppelbrechung benutzten Methode.

Das Prinzip der Methode.

Die Messung der Doppelbrechung kann auf drei prinzipiell verschiedene Arten erfolgen: am prismatisch geschliffenen Objekt, mit Hilfe des Grenzwinkels der totalen Reflexion und mit Interferenzmethoden. Bei Benutzung spektraler Zerlegung oder verschiedener homogener Lichtquellen kann jede dieser Methoden natürlich auch zur Messung der Dispersion der Doppelbrechung benutzt werden. Allein die durch elastische Spannungen in isotropen Mitteln erzeugte Doppelbrechung ist so gering, daß die ersten beiden Methoden zur Untersuchung dieser Erscheinung nicht geeignet sind, wenn auch Fresnel¹⁾ durch einen besonderen Kunstgriff das Vorhandensein einer wirklichen Doppelbrechung in einseitig gedrückten Mitteln auf prismatischem Wege nachgewiesen hat. Die ausführliche Untersuchung der Probleme der künstlichen Doppelbrechung ist ausschließlich mittels der Ausmessung der im polarisierten Licht auftretenden Interferenzerscheinungen erfolgt. Auch die Dispersion der Doppelbrechung ist von Filon mit Hilfe der Erscheinungen der chromatischen Polarisierung gemessen worden. Um beliebige Stoffe auf die Dispersion der Doppelbrechung bequem untersuchen zu können, schlug W. König die Anwendung einer Quarzdoppelplatte vor, deren Hälften parallel zur optischen Achse geschnitten und — wie bei einer Bravais'schen Platte — unter 90° Drehung nebeneinander gelagert

1) A. Fresnel, Pogg. Ann. 19. S. 539. 1830.

sind. Wird diese Platte mit horizontaler Grenzlinie zwischen parallelen oder gekreuzten Nikols von weißem Licht durchstrahlt und auf den Spalt eines Spektrometers projiziert, so erscheinen im Spektrum eine Reihe dunkler Streifen, deren Anzahl von der Dicke der Platte abhängt. Sind die beiden Plattenhälften genau gleich dick, so liegen diese Streifen in der oberen und der unteren Hälfte des Gesichtsfeldes an derselben Stelle, bilden also *einen* geraden Streifen. Wird nun eine weitere Doppelbrechung der Quarzplatte überlagert, so verschieben sich die Streifen in den beiden Hälften nach verschiedenen Seiten. Dadurch werden schon kleine Gangunterschiede der überlagerten Doppelbrechung bemerkbar und können gemessen werden, indem die Streifenverschiebung mit Hilfe eines in den Strahlengang eingeschalteten Soleil-Babinet'schen Kompensators rückgängig gemacht wird. Auf diese Weise können die Phasendifferenzen für die den verschiedenen Streifen entsprechenden Wellenlängen gemessen werden. Eine ähnliche Versuchsanordnung — allerdings zur Lösung einer anderen Aufgabe — ist schon von Cotton¹⁾ angegeben worden.

Bei der vorliegenden Arbeit wurde folgende Anordnung benutzt: Das von der Bogenlampe *B* kommende Licht durch-

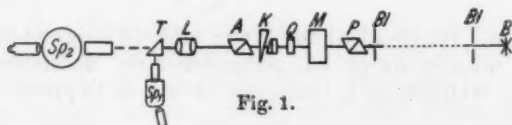


Fig. 1.

setzt zunächst den Polarisator *P*, dessen Schwingungsebene unter 45° gegen die Vertikale geneigt ist, dann das zu untersuchende Material *M*, das in Richtung der Vertikalen gedehnt oder gepreßt wird, darauf die Quarzdoppelplatte *Q*, bei der die optische Achse in der einen Hälfte horizontal, in der anderen vertikal und in beiden Hälften senkrecht zum Strahlengang steht, und endlich den Kompensator *K*. Das in dem (ebenfalls unter 45° gegen die Vertikale geneigten) Analysator wieder auf eine Schwingungsebene gebrachte Licht gelangt dann zur Interferenz. Durch das achromatische Linsensystem *L*

1) A. Cotton, Ann. chim. phys. (7) 8. S. 376, 433. 1896.

wird die Quarzplatte über das totalreflektierende Prisma T_1 auf den Spalt des mit einem Geradsichtprisma ausgestatteten Spektrometers Sp_1 abgebildet. Das Spektrometer Sp_2 dient zur Bestimmung der Dispersion des nicht deformierten Mittels.²⁾

Die Kompensation, die nötig ist, um die durch das Untersuchungsmaterial verursachte Streifenverschiebung wieder aufzuheben, betrage s_1 -Skalenteile des Kompensators. Die Drehung, die erforderlich ist, um eine ganze Wellenlänge zu kompensieren, d. h. um die beiden Teile eines Streifens wieder an derselben Stelle übereinander zu stellen, betrage s_2 -Skalenteile. Dann ist s_1/s_2 der Gangunterschied in dem untersuchten Mittel, ausgedrückt in Bruchteilen einer Schwingung oder einer Wellenlänge:

$$\frac{s_1}{s_2} = \frac{d(n_e - n_o)}{\lambda}.$$

Da sich die Dicke d und die Wellenlänge λ bestimmen lassen, kann man sowohl den Gangunterschied in $\mu\mu$:

$$d(n_e - n_o) = \frac{s_1}{s_2} \lambda (\mu\mu),$$

als auch die absoluten Werte der Doppelbrechung:

$$n_e - n_o = \frac{s_1}{s_2} \cdot \frac{\lambda}{d}$$

ermitteln. Da die absoluten Werte schlecht vergleichbar sind, ist für unseren Zweck am geeignetsten die Bestimmung der auf eine Wellenlänge λ_0 bezogenen „relativen Doppelbrechung“

$$\Delta = \frac{d(n_e - n_o)_{\lambda_k}}{d(n_e - n_o)_{\lambda_0}},$$

worin für λ_k die gemessenen Wellenlängen zu nehmen sind. Dies Δ hat den Vorzug, daß es unabhängig ist von der Größe

1) Der Strahlengang ist durch das totalreflektierende Prisma geknickt, um eine bequemere Bedienung des Kompensators zu ermöglichen.

2) Da die Apparatur von P bis L durchsetzende Licht muß ein für alle Wellenlängen genau gleiches, möglichst vollkommenes Parallelstrahlenbündel sein. Da es zweifelhaft schien, ob bei Anwendung von Kondensoren diese Bedingung mit genügender Schärfe erfüllt werden konnte, wurde die Lampe ohne Kondensor in größerem Abstand von der Apparatur aufgestellt und durch mehrere Blenden Bl ein enges Strahlenbündel ausgeblendet.

der Deformation, da für jede einzelne Wellenlänge, wie alle Autoren¹⁾ feststellen, die Doppelbrechung innerhalb der Elastizitätsgrenzen proportional der Deformation ist.

Die Interferenzstreifen.

Diese Methode setzt die zuverlässige Kenntnis der Wellenlängen der Interferenzstreifen voraus. Sie wurden für die benutzte Quarzplatte von Köhler (vgl. oben) mit einem guten Gitter sehr genau bestimmt. Er bezeichnete die 12 im Spektrum sichtbaren Streifen nach wachsender Wellenlänge geordnet mit λ_k ($k = 1, 2, \dots, 12$). Von ihnen sind die blauen wegen zu geringer Schärfe zu Messungen nicht benutzt worden. Die $\lambda_6, \lambda_8, \lambda_{10}, \lambda_{12}$ entsprechen gekreuzten, die $\lambda_7, \lambda_9, \lambda_{11}$ parallelen Polarisatoren. Die Wellenlänge des im prismatischen Spektrum sehr scharfen Streifens λ_{12} wurde von Köhler nicht gemessen, da bei der Messung mit dem Gitter die geringe Intensität im Rot diesen Streifen sehr verwaschen erscheinen ließ. Es wurde daher versucht, seine Wellenlänge auf eine andere Art zu bestimmen.

Bei seiner Eichung nach Wellenlängen erfüllt ein Kompensator die Bedingung:

$$n_e - n_o = \frac{\lambda}{c \cdot s_2},$$

worin c die „Kompensatorkonstante“ ist.²⁾ Beide Seiten dieser Gleichung sind Funktionen von λ ; die linke Seite stellt die Dispersionskurve des Quarzes dar, die rechte für ein bestimmtes s_2 eine Gerade. Stellt man diese beiden Kurven graphisch dar, so muß die Abszisse ihres Schnittpunktes die zu dem betreffenden s_2 gehörige Wellenlänge sein. Die Werte von $n_e - n_o$ wurden aus der Formel von v. d. Willigen³⁾ berechnet. s_2 wurde für λ_{12} durch Kompensation dieses Streifens um eine Wellenlänge gemessen. Die Kompensatorkonstante c wurde bestimmt für die Hg-Linie 546,08 $\mu\mu$ mittels Mono-

1) Für die einzige Ausnahme, die P. v. Bjerkén an Gelatine und Kautschuk feststellt, weist W. König (Ann. d. Phys. 28. S. 420. 1909) nach, daß diese Abweichung von der Proportionalität zwischen Deformation und Doppelbrechung nur eine scheinbare ist.

2) Vgl. hierzu: W. König, Ann. d. Phys. 17. S. 1016. 1882.

3) Vgl. hierzu: v. d. Willigen, Fortschritte d. Physik 25. S. 285. 1869.

chromators und einer sehr lichtstarken Quecksilberdampfampe gemäß der Gleichung

$$c = \frac{\lambda}{s_2 (n_e - n_o)} ;$$

hierzu wurde s_2 zwischen gekreuzten Nikols (ohne Quarzplatte) durch Drehen des Kompensators aus der Nullage bis wieder zu vollkommener Dunkelheit bestimmt. So ergab sich für λ_{12} eine Wellenlänge von $654 \mu\mu$. Den anderen Streifen wurden die von Köhler angegebenen Werte zugrunde gelegt. Es war:

Tabelle 1.

λ_6	λ_7	λ_8	λ_9	λ_{10}	λ_{11}	λ_{12}
$\mu\mu$: 496,1	515,5	536,5	559,9	585,4	614,1	645,0

Die Genauigkeit der bei λ_{12} angewandten Wellenlängenbestimmung wurde, wie folgt, ermittelt:

Nach der Kompensatorgleichung war: $\lambda = (n_e - n_o) c \cdot s_2$. Wird statt s_2 der falsche Wert $s_2' = s_2 + \Delta s$ abgelesen, so ist λ falsch um $\Delta \lambda = c \cdot (n_e - n_o) \Delta s$. Berücksichtigt man noch, daß bei den Kompensatorablesungen die einzelnen Werte um höchstens 4—5 Skalenteile schwankten, daß ferner stets die Mittelwerte aus 10 Beobachtungen benutzt wurden, so kann man unbedenklich annehmen, daß Δs sicher nicht größer als 2 Skalenteile war. Die oben erwähnte Bestimmung der Kompensatorkonstanten ergab $c = 30,6$. Nimmt man schließlich für $n_e - n_o$ (Quarz) den Wert von 0,0091, so wird der größte wahrscheinliche Fehler

$$\Delta \lambda = 0,56 \mu\mu.$$

Von Interesse ist auch die Frage, ob die bei der vorhandenen Breite der Streifen beobachtete Streifenmitte tatsächlich mit dem Minimum der Intensität zusammenfällt, oder ob die im prismatischen Spektrum mit abnehmendem λ wachsende Auseinanderziehung der Farben und die durch die Interferenzbedingung hervorgerufene Unsymmetrie der Streifen das Messungsergebnis fehlerhaft beeinflussen.

Zur Untersuchung dieser Frage ist es nötig, zunächst die Intensitätsverteilung in unserem Interferenzspektrum zu betrachten. Der Einfachheit halber seien hier nur die bei paral-

lalen Nikols auftretenden Streifen untersucht. Die Intensitätsverhältnisse sind natürlich bei den durch gekreuzte Polarisatoren erzeugten Streifen analog.

Es treffe linear polarisiertes Licht von der Amplitude a , dessen Schwingungsrichtung unter 45° gegen die Achsen geneigt ist, auf eine achsenparallele Kristallplatte. Diese Schwingung wird dann in 2 Komponenten in Richtung der Achsen zerlegt, die die Amplitude $\frac{a}{\sqrt{2}}$ besitzen und einen Gangunterschied

$$\delta = \frac{d(n_e - n_o)}{\lambda}$$

erhalten. Die resultierende Schwingung hat dann die Amplitude:

$$A = a \cdot \cos \pi \delta.$$

Die gesuchte Abhängigkeit der Intensität von der Wellenlänge ist dann gegeben durch:

$$J = A^2 = a^2 \cos^2 \frac{\pi \cdot d(n_e - n_o)}{\lambda}.$$

Diese Funktion schwankt periodisch zwischen den Extremwerten 0 und a^2 . Doch zeigt eine graphische Darstellung, daß die Intensität von der Stelle des Minimums nach den beiden Seiten unsymmetrisch anwächst. Um zu prüfen, ob diese Unsymmetrie der Streifen einen Einfluß auf die gemessene Lage der Streifen hat, wurde zunächst die Streifenbreite bestimmt. Sie wurde in Graden der Spektrometerteilung gemessen und dann an Hand der aus der Messung dreier Streifen auf der Spektrometerteilung bestimmten Eichkurve des Spektrometers graphisch in $\mu\mu$ umgerechnet. Sie ergab sich zu etwas über $5 \mu\mu$.

Unter der Annahme, daß das Auge auf die Mitte zwischen den beobachteten Randpunkten der Streifen einstellt statt auf das eigentliche Intensitätsminimum, wurde der größtmögliche Unterschied zwischen der beobachteten Streifenmitte und dem tatsächlichen Minimum graphisch zu etwa $0,01 \mu\mu$ ermittelt. Dieser in der Unsymmetrie der Intensitätsverteilung der Streifen liegende Fehler ist also zu vernachlässigen. Etwas größer ist der Fehler, der daraus entspringt, daß infolge der nach dem Blau zunehmenden Auseinanderziehung der Wellenlängen im prismatischen Spektrum die im Beugungs- und im

prismatischen Spektrum geschätzten Streifenmitten nicht genau den gleichen Wellenlängen entsprechen. Doch lehrt eine Überslagsrechnung auf Grund einer Messung der Dispersionsverhältnisse des benutzten prismatischen Spektrums, daß auch dieser Fehler nicht größer als $0,2\mu$ sein dürfte. Er konnte daher ebenfalls außer acht bleiben.

Justieren der Apparatur.

Bei den Probemessungen traten dauernd störende Erscheinungen auf, die zunächst schwer erklärt werden konnten, wie: systematische Abweichungen zwischen den bei parallelen und den bei gekreuzten Nikols gemessenen Werten, Abhängigkeit des Nullpunktes des Kompensators von der Wellenlänge, verschiedene Eichwerte des Kompensators bei Eichung nach den verschiedenen Seiten (für positive oder negative Doppelbrechung). Bei jeder Messung erhielt man einen anderen Nullpunkt und eine andere Eichkurve des Kompensators, ohne einen Anhaltspunkt zu haben, welches die richtige war. Eine genaue Untersuchung zeigte, daß diese Erscheinungen sämtlich auf ungenaue Justierung der Apparatur zurückgeführt werden können; im folgenden sollen nun alle derartigen Fehlerquellen durch mangelhafte Justierung ausführlich diskutiert und Mittel angegeben werden, die eine fehlerfreie Justierung gestatten.

Die Quarzplatte.

Ein Fehler kann entstehen durch falsche Orientierung der Achsen der Quarzplatte. Um ein Kriterium dafür zu finden, daß die Quarzplatte unter 45° gegen die Polarisatoren geneigt ist, gehen wir von folgender allgemeinen Betrachtung aus:

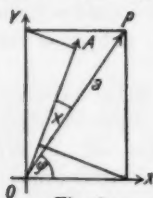


Fig. 2.

$O X$ und $O Y$ seien die beiden Schwingungsrichtungen einer parallel der Achse geschnittenen Quarzplatte. Unter dem Winkel φ zur X -Achse treffe eine linear polarisierte Lichtwelle S mit der Amplitude $a = O P$ auf; sie wird in zwei Schwingungen zerlegt, die die Phasendifferenz

$$\delta = \frac{2\pi d(n_e - n_o)}{\lambda}$$

erhalten.

Ist der Analysator unter dem Winkel χ gegen den Polarisator geneigt, so erhält man für die Intensität der resultierenden Schwingung:¹⁾

$$J = a^2 [\cos^2 \varphi \cos^2 (\varphi + \chi) + \sin^2 \varphi \sin^2 (\varphi + \chi) + 2 \sin \varphi \sin (\varphi + \chi) \cos \varphi \cos (\varphi + \chi) \cdot \cos \delta].$$

Im Falle gekreuzter Nikols wird $\chi = \frac{\pi}{2}$ und

$$J = a^2 \cdot \sin^2 2\varphi \cdot \sin^2 \frac{\delta}{2}.$$

Für ein bestimmtes φ wird dieser Ausdruck stets nur dann ein Minimum haben, wenn $\sin \delta = 0$; dann ist er aber auch konstant = Null. D. h.: Für gekreuzte Nikols wird die Intensität im Spektrum unabhängig von einer Drehung der Quarzplatte um den Strahlengang als Achse stets gleich Null sein, sobald $\sin \delta = 0$, oder

$$\delta = \frac{2\pi d(n_e - n_o)}{\lambda} = 2k\pi,$$

oder

$$d(n_e - n_o) = 2k \frac{\lambda}{2}, \quad (k = 1, 2, 3 \dots);$$

das sind aber gerade die Stellen unserer Interferenzstreifen.

Für parallele Nikols wird $\chi = 0$ und

$$J = a^2 \left(1 - \sin^2 2\varphi \cdot \sin^2 \frac{\delta}{2} \right).$$

Dieser Ausdruck hat für ein bestimmtes φ offenbar dann ein Minimum, wenn $\sin^2 \frac{\delta}{2} = 1$, d. h. $\cos \delta = -1$ ist.

Dann muß sein:

$$\delta = \frac{2\pi d(n_e - n_o)}{\lambda} = (2k - 1)\pi,$$

oder

$$d(n_e - n_o) = (2k - 1) \frac{\lambda}{2}, \quad (k = 1, 2, 3 \dots);$$

das sind aber wieder die entsprechenden Wellenlängen der Interferenzstreifen bei parallelen Polarisatoren.

Die Minima der Intensität bleiben also bei gekreuzten und bei parallelen Nikols unabhängig von einer Drehung der Quarzplatte stets an denselben Stellen des Spektrums.

1) Vgl. auch F. Pockels, Lehrbuch d. Kristalloptik, Leipzig 1906, S. 213.

Während sie jedoch bei gekreuzten Polarisatoren an diesen Stellen unabhängig von φ konstant die Intensität Null haben, ist für parallele Nikols die Intensität der Minima noch von der Neigung der Platte abhängig. Es wird hier nämlich:

$$J = a^2 \cdot \cos^2 2\varphi.$$

J wird nur für

$$\varphi = \frac{\pi}{4}, \quad \frac{3\pi}{4} \dots$$

gleich Null und nimmt, wie das Polardiagramm zeigt, bei geringer Drehung der Platte sehr rasch zu. Das Experiment bestätigt diese Folgerung. Bei parallelen Nikols sind die Streifen nur in ganz bestimmter Lage der Quarzplatte scharf. Bei einer Drehung der Platte werden sie sofort unscharf, um bald ganz zu verschwinden. Diese Tatsache liefert ein bequemes Mittel zur Justierung der Quarzplatte.

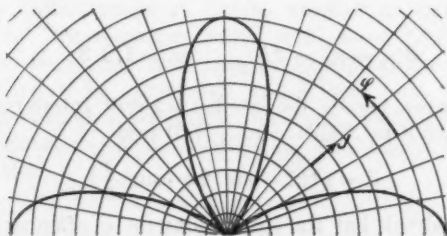


Fig. 3.

Wichtig ist auch die Frage, wie ein Fehler vermieden werden kann, der dadurch entsteht, daß der Strahlengang die Quarzplatte nicht genau senkrecht durchsetzt. Denn ein Schrägstehen der Quarzplatte hat eine (in beiden Hälften verschiedene) Änderung ihrer optischen Dicke und damit eine Verschiebung der Streifen zur Folge.

Für den schrägen Durchgang eines parallelen Lichtbündels durch eine planparallele, einachsige, achsenparallel geschnittene Kristallplatte gelten folgende Formeln:¹⁾

1) Vgl. Verdet Exner, Wellentheorie des Lichtes. Braunschweig 1881. Bd. II. S. 108–114.

I. Liegt die Einfallsebene senkrecht zur Kristallachse, so wird der erzeugte Gangunterschied:

$$\Delta_I = d \cdot (\sqrt{n_e^2 - \sin^2 \alpha} - \sqrt{n_o^2 - \sin^2 \alpha}).$$

Hier sind d die Plattendicke, α der Einfallswinkel, n_e und n_o die beiden Hauptbrechungsindizes des Kristalls.

II. Entsprechend gilt für den Fall, daß die Einfallsebene parallel der Kristallachse liegt:

$$\Delta_{II} = d (n_e - n_o) \cdot \frac{1}{n_o} \cdot \sqrt{n_o^2 - \sin^2 \alpha}.$$

Wie auch die graphische Darstellung (Fig. 4, $d = 1$, $n_e = 1,55329$, $n_o = 1,54419$) zeigt, nimmt Δ_I mit wachsendem $|\alpha|$ zu, während Δ_{II} mit wachsendem Einfallswinkel kleiner wird; und zwar unabhängig davon, nach welcher Seite die Platte schief steht. Die Doppelquarzplatte besteht nun aus zwei Hälften, von denen sich bei einer Schrägstellung um eine vertikale Achse der Teil, bei dem die Kristallachse vertikal liegt, wie Platte I, die andere wie Platte II verhält. Bei einer Schrägstellung um eine horizontale Achse vertauschen die beiden Hälften ihre Rollen. Jedesmal bewirkt aber die Schiefstellung in Platte I eine scheinbare Verdickung, in Platte II eine scheinbare Verjüngung der Dicke. Im Spektrum muß sich also jede Schrägstellung der Platte durch eine Verschiebung der Streifen nach entgegengesetzten Seiten bemerkbar machen.

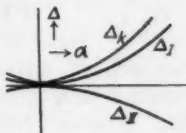


Fig. 4.

Auf Grund dieser Betrachtungen wurden Nikols und Quarzplatte folgendermaßen justiert: Zunächst wurden die Nikols durch Einstellen auf vollkommene Dunkelheit gekreuzt. Dann wurde die Quarzplatte in den Strahlengang gebracht und mit Hilfe des von ihr reflektierten Spiegelbildes ungefähr senkrecht gestellt. Nachdem dann die Trennungslinie der beiden Hälften nach Augenmaß wagrecht gestellt war, wurden die Nikols, die mit einer Einschnappvorrichtung bei Drehung um 90° versehen waren, parallel gestellt. Jetzt ließ sich einerseits durch Drehung der Platte um den Strahlengang als Achse und Einstellung auf größte Schärfe der Streifen und andererseits durch Neigung der Platte gegen den Strahlengang und Einstellen auf genaues Übereinanderstehen der Streifen die

Quarzplatte einwandfrei justieren. Eine etwaige geringe Ungleichheit in der Dicke der beiden Platten wurde dabei noch durch eine kleine Neigung der Platte in der passenden Richtung automatisch kompensiert.

Der Kompensator.

Der benutzte Kompensator war ein Soleil-Babinet, wie ihn Fig. 5 in der Aufsicht zeigt. Die Quarzplatte und der eine Keil waren verkittet. Gegen diese Kombination, die feststand, war der andere Teil beweglich. Die Schraffurierung deutet die Achsenlage an. Die Kombination *A* war gegen den Keil *B* drehbar mittels einer Stellschraube, um eine genaue Justierung der Achsen der beiden Teile gegeneinander zu ermöglichen.



Fig. 5.

Wie der Versuch zeigt, rührt von einer ungenauen Einstellung dieser Schraube der Fehler her, der sich in systematischen Abweichungen zwischen den für parallele und gekreuzte Nikols angestellten Messungen äußert. Ein genaues Justierungsmittel erhält man folgendermaßen. Hat man nur den Kompensator (in der Nullage) zwischen parallelen Nikols, so erscheinen im allgemeinen viele dunkle Streifen im Spektrum, die bei Drehung der Stellschraube nur in der richtigen Lage von *A* gegen *B* kurz verschwinden, um bei weiterem Drehen sofort wieder aufzutauchen. Der theoretische Beweis für diese Erfahrungstatsachen muß unterbleiben, da die rechnerischen Schwierigkeiten zu seiner Bewältigung zu groß sind.

Eine weitere Fehlerquelle bildet eine Neigung des Kompensators gegen den Strahlengang. Fassen wir den Kompensator als eine Kombination zweier Quarzplatten auf, in denen die Achsen zueinander senkrecht liegen, so erhalten wir eine Darstellung des bei schrägem Durchgang durch den Kompensator entstehenden Gangunterschiedes durch Subtraktion der beiden oben für die Platten I und II aufgestellten Formeln. Es wird (vgl. Fig. 4):

$$\begin{aligned} \Delta_k = \Delta_I - \Delta_{II} = d_v (\sqrt{n_e^2 - \sin^2 \alpha} - \sqrt{n_o^2 - \sin^2 \alpha}) \\ - d_h \frac{n_e - n_o}{n_o} \sqrt{n_o^2 - \sin^2 \alpha}. \end{aligned}$$

Darin bedeuten d_v und d_h die Dicken der Kompensatorplatte mit vertikaler bzw. horizontaler Achsenlage, wenn wir zu-

nächst eine Schrägstellung um eine vertikale Achse betrachten. Für eine Neigung um eine horizontale Achse gilt natürlich ganz Analoges.

Durch Nullsetzen des erzeugten Gangunterschiedes erhalten wir für die Nullage des Kompensators die Bedingung:

$$\frac{d_h}{d_v} = \frac{\sqrt{n_s^2 - \sin^2 \alpha} - \sqrt{n_0^2 - \sin^2 \alpha}}{\frac{n_s - n_0}{n_0} \cdot \sqrt{n_0^2 - \sin^2 \alpha}};$$

oder:

$$d_h = \frac{d_v \cdot n_0}{n_s - n_0} \left(\sqrt{\frac{n_s^2 - \sin^2 \alpha}{n_0^2 - \sin^2 \alpha}} - 1 \right).$$

D. h.: Die Dicke der veränderlichen Kompensatorplatte oder, was dasselbe ist, die gemessene Nullage ist bei Schrägstellung um einen bestimmten Winkel α noch eine Funktion der Wellenlänge. So erklärt sich auch die von Köhler (Diss., S. 10) gefundene Abhängigkeit der Nullage des Kompensators von der Wellenlänge. Im Falle richtiger Justierung ($\alpha = 0$) ergibt die Formel: $d_h = d_v$.

Wie oben gezeigt, wächst Δ_I für ein bestimmtes d_v mit zunehmendem $|a|$; dagegen nimmt für ein festes d_h der Ausdruck Δ_{II} mit wachsendem $|a|$ stets ab. Daraus folgt, daß $\Delta_k = \Delta_I - \Delta_{II}$ mit wachsendem $|a|$ größer wird, also für $\alpha = 0$ ein Minimum besitzt. In der Tat findet man, daß die Interferenzstreifen bei Drehung des Kompensators, sowohl um eine horizontale als auch um eine vertikale Achse, sich sehr stark verschieben und bei Durchgang durch die zum Strahlengang vertikale Lage ($\alpha = 0$) ihre Verschiebungsrichtung umkehren.

Nach diesen Betrachtungen ist auch eine genaue Justierung des Kompensators möglich: nachdem die Stellschraube (vgl. oben) richtig eingestellt ist, wird der Kompensator zunächst nach Augenmaß und mit Hilfe des reflektierten Lichtbündels senkrecht zum Strahlengang gestellt. Liegen die Achsen nicht genau unter 45° gegen die Nikols, so wird dieser Fehler behoben, indem man den Kompensator auf einen Gangunterschied stellt, der einen Streifen im Spektrum liefert, und dann gerade so wie bei der Quarzplatte, zwischen parallelen Nikols auf größte Schärfe des Streifens eingestellt. Ein vertikales

oder horizontales Schrägstehen beseitigt man durch Feststellen des Kompensators in der Lage des Minimums des Gangunterschiedes.

Das doppelbrechende Medium.

Das zu untersuchende Material (Glasprismen mit rechteckiger Grundfläche, Gelatineplatten usw.) läßt sich mit Hilfe des Spiegelbildes des aus dem Polarisator austretenden Lichtbündels mit genügender Genauigkeit senkrecht zum Strahlenang stellen. Bei der Quarzplatte ist eine derartige Justierung fehlerhaft, da sie infolge ihrer starken Ablendung (vgl. W. Köhler, Diss.) nur das schmale Bild des freigelassenen Spaltes reflektiert, das natürlich in dem breiten aus dem Polarisator austretenden Lichtbündel einen ziemlich großen Spielraum hat. Bei dem Kompensator ist diese Art der Justierung ganz unzuverlässig, da er vier verschiedene Bilder des einfallenden Lichtes reflektiert.

Wesentlich schwieriger und auch schwerwiegender ist die Frage, wie man die Dehnungsrichtung der zu untersuchenden Substanz der Achsenrichtung der Quarzplatte parallel stellen kann. Denn einerseits kann man sich bei einer Einstellung des Mediums nach Augenmaß gut um einige Grade verschätzen, andererseits zeigt die Rechnung, daß eine derartige Neigung das Resultat der Messung erheblich entstellt.

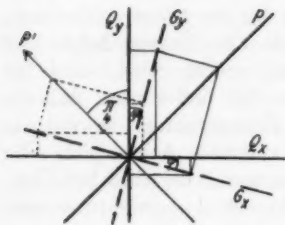


Fig. 6.

Nehmen wir nämlich an, die Schwingungsrichtungen Q_x und Q_y der Quarzplatte (und auch des Kompensators) seien genau unter 45° gegen den Polarisator P (oder

auch P' , die eine dieser beiden Lagen gilt für gekreuzte, die andere für parallele Nikols) geneigt. Die Achse der untersuchten doppelbrechenden Platte G_x bzw. G_y sei um den Winkel φ gegen die Achse der Quarzplatte geneigt. Hat die auftreffende linear-polarisierte Schwingung die Amplitude a , so wird:

$$\begin{cases} G_x = \frac{a}{\sqrt{2}} (\cos \varphi \mp \sin \varphi) \sin \omega t, \\ G_y = \frac{a}{\sqrt{2}} (\cos \varphi \pm \sin \varphi) \sin (\omega t + \delta). \end{cases}$$

Und zwar gilt immer das obere Zeichen für die Polarisatorlage P , das untere für P' . δ ist wieder die entstandene Phasendifferenz. Jede dieser beiden Schwingungen liefert nun beim Auftreffen auf die Quarzplatte je eine in Richtung von Q_x und Q_y schwingende Komponente. Durch Anwendung des Interferenzprinzips erhält man für die beiden in die Quarzplatte eintretenden Schwingungen:

$$Q_x = \frac{a}{\sqrt{2}} \cdot A_x \cdot \sin(\omega t + \vartheta_1)$$

und

$$Q_y = \frac{a}{\sqrt{2}} \cdot A_y \cdot \sin(\omega t + \vartheta_2).$$

Hierin sind ϑ_1 und ϑ_2 gegeben durch:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \vartheta_1 &= \frac{(\cos \varphi \pm \sin \varphi) \sin \varphi \sin \delta}{(\cos \varphi \mp \sin \varphi) \cos \varphi + (\cos \varphi \pm \sin \varphi) \sin \varphi \cos \delta}, \\ \operatorname{tg} \vartheta_2 &= \frac{(\cos \varphi \pm \sin \varphi) \cos \varphi \sin \delta}{(\cos \varphi \mp \sin \varphi) \sin \varphi + (\cos \varphi \pm \sin \varphi) \cos \varphi \cos \delta}. \end{aligned} \right\}$$

Die Phasendifferenz dieser beiden Schwingungen Q_x und Q_y ist nun offenbar $\vartheta = \vartheta_2 - \vartheta_1$. Diese Phasendifferenz, die infolge der Achsenneigung des Untersuchungsobjekts statt des richtigen δ kompensiert wird, gilt es jetzt zu bestimmen. Durch Einsetzen der Werte und Ausmultiplizieren wird:

$$\operatorname{tg} \vartheta = \operatorname{tg}(\vartheta_2 - \vartheta_1) = \frac{\operatorname{tg} \vartheta_2 - \operatorname{tg} \vartheta_1}{1 + \operatorname{tg} \vartheta_2 \cdot \operatorname{tg} \vartheta_1} = \frac{\sin \delta \cdot \cos 2\varphi}{\cos \delta + \operatorname{tg} 2\varphi} \cdot 1)$$

Hieraus kann man für eine bestimmte Neigung φ ϑ und den eigentlichen Fehler $\delta - \vartheta$ berechnen.

Für $\varphi = 5^\circ$ ergibt sich:

Tabelle 2.

$\delta =$	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	90°	180°	270°
$\vartheta =$	$0^\circ 8'$	$23'$	$16^\circ 48'$	$25^\circ 17'$	$33^\circ 54'$	$42^\circ 39'$	$51^\circ 35'$	$79^\circ 51'$	180°	$280^\circ 9'$
$\delta - \vartheta =$	$0^\circ 1^\circ 37'$	$3^\circ 12'$	$4^\circ 43'$	$6^\circ 6'$	$7^\circ 21'$	$8^\circ 25'$	$10^\circ 9'$	0°	$-10^\circ 9'$	

1) Es ist interessant festzustellen, daß diese Beziehung unabhängig von der Stellung des Polarisators, dieser Fehler also der gleiche für parallele und gekreuzte Nikols ist.

Bei konstantem $\delta = 90^\circ$ ändert sich der Fehler mit φ :

Tabelle 3.

$\varphi =$	1°	2°	3°	4°	5°
$f =$	2°	4°	$6^\circ 3'$	$8^\circ 5'$	$10^\circ 9'$

Dieser Fehler kann also das Resultat einer Messung erheblich fälschen. Er wurde dadurch ausgeschaltet, daß der Dehnungsapparat, in dem die Deformation des Mediums erfolgte (vgl. unten), zunächst zwischen parallele Nikols gebracht wurde. Eine Probegelatineplatte wurde dann bis zu einem Gangunterschied gedehnt, der einen Streifen im Spektrum hervorrief. Die weitere Justierung erfolgte dann (genau wie bei der Quarzplatte) durch Einstellen auf größte Streifenschärfe. Diese Lage des Dehnungsapparates wurde festgelegt durch ein Pendel, das an ihm angebracht wurde und auf einer Skala spielte. Nachdem dann die Apparatur vollkommen durchjustiert war, wurde der Dehnungsapparat bei jeder einzelnen Messung so eingestellt, daß der Faden des Pendels auf der durch die erste Probejustierung festgelegten Marke der Skala stand.

**Die Methode zur Messung der Dispersion
des nicht deformierten Materials.**

Für dieselben Wellenlängen, für die die Doppelbrechung gemessen wird, sollte auch der Brechungsexponent der nicht deformierten Substanz bestimmt werden. Köhler benutzte zu diesen Messungen eine Methode, die ihm gestattete, für die Wellenlänge der Interferenzstreifen den Grenzwinkel der totalen Reflexion des Materials gegen Schwefelkohlenstoff und damit seinen Brechungsindex zu bestimmen. Diese Art der Messung, die sich bei näherer Untersuchung als unzulänglich erwies, wurde durch folgende Anordnung ersetzt. In Verlängerung des Hauptstrahlenganges (vgl. Fig. 1) wurde ein zweites Spektrometer Sp_2 eingebaut, auf dessen Spalt nach Beseitigung des totalreflektierenden Prismas T die Quarzplatte Q abgebildet wurde. Man kann dann die Dispersion der Gelatine in einem Hohlprisma für die Wellenlängen der Interferenzstreifen der Quarzplatte messen. Man könnte natürlich auch beide Messungen an einem Spektrometer aus-

führen. Der getrennte Strahlengang wurde gewählt, weil sich zur Messung der Doppelbrechung ein Spektrometer mit feststehendem Gradsichtprisma großer Dispersion¹⁾ als besonders geeignet erwies. Zur Messung der Dispersion im Hohlprisma, die nach der Methode der minimalen Ablenkung stattfand, ist aber ein derartiges Instrument nicht zu verwenden.

Die Genauigkeit der benutzten Methoden.

a) Bei Bestimmung der Dispersion der Doppelbrechung.

Die gemessenen Gangunterschiede erhält man aus

$$\delta = \frac{d(n_o - n_e)}{\lambda} = \frac{s_1}{s_2};$$

hierin können die mit dem Kompensator gemessenen s_1 und s_2 mit einem Ablesefehler f behaftet sein. Nach S. 432 ist $f \leq 2$ Skalenteile. Liest man $s + f$ statt s ab, so erhält man statt δ das falsche

$$\delta' = \frac{s_1 \pm f}{s_2 \pm f} = \delta \cdot \frac{1 \pm \frac{f}{s_1}}{1 \pm \frac{f}{s_2}}.$$

Wählt man die Vorzeichen stets so, daß der Fehler des Resultates $F = |\delta' - \delta|$ einen möglichst großen Wert annimmt, so wird weiter

$$F = |\delta' - \delta| = \frac{f(1 + \delta)}{s_2 - f};$$

da aber s_2 im Mittel (vgl. unten) etwa = 2000 war, und $f = 2$, so wird:

$$F = \left| \frac{1 + \delta}{1000} \right|$$

und der prozentuale Fehler wird

$$\begin{aligned} x &= 100 \cdot \frac{F}{\delta} \text{ Proz.} \\ &= \frac{1 + \delta}{10 \cdot \delta} \text{ Proz.} \end{aligned}$$

Für die untersuchten Gelatinelösungen lag δ zwischen 0,38 und 0,84, also x zwischen 0,22 Proz. und 0,36 Proz.

1) Das benutzte Spektrometer wurde eigens für diesen Zweck von der Firma Hensoldt-Wetzlar angefertigt und liebenswürdigerweise zur Verfügung gestellt.

Für die Dispersionsmessungen ist es aber von Wichtigkeit, daß der mögliche Fehler F auch klein ist gegen die Differenzen der Doppelbrechung für die einzelnen Wellenlängen. Diese Differenz $\delta(\lambda_{12}) - \delta(\lambda_6)$ betrug bei den Gelatinelösungen im Mittel 0,16. Sowohl $\delta(\lambda_{12})$ als auch $\delta(\lambda_6)$ können nach dem oben gesagten um 0,0016 fehlerhaft sein. $\delta_{12} - \delta_6$ kann dann um höchstens $0,0032 = 2$ Proz. falsch bestimmt sein.

b) Bei Messung der Dispersion des isotropen Mittels.

Die Bestimmung der Dispersion der Gelatinelösungen erfolgte in einem 60° -Hohlprisma auf Grund der Methode der minimalen Ablenkung nach der bekannten Formel:

$$n = \frac{\sin\left(\frac{\varphi + \alpha}{2}\right)}{\sin \frac{\varphi}{2}},$$

worin φ der Prismenwinkel und α der Ablenkungswinkel ist. Ein Ablesefehler in φ oder in α muß sich dann in dem errechneten Brechungs exponenten n bemerkbar machen gemäß:

$$\begin{aligned} dn = \frac{\partial n}{\partial \varphi} d\varphi + \frac{\partial n}{\partial \alpha} d\alpha &= \frac{\cos \frac{\varphi + \alpha}{2}}{\sin \frac{\varphi}{2}} \cdot \frac{d\varphi + d\alpha}{2} \\ &\quad - \frac{\sin \frac{\varphi + \alpha}{2} \cdot \cos \frac{\varphi}{2}}{\sin^2 \frac{\varphi}{2}} \cdot \frac{d\varphi}{2}. \end{aligned}$$

Der Teilkreis des benutzten Spektrometers war mit Nonius auf $10''$ genau ablesbar. Die Messungen erfolgten so, daß nach beiden Seiten das Minimum der Ablenkung bestimmt wurde; dann war der abgelesene Winkel $\varphi = 2\alpha$.

Diese Art der Ablesung gestattet eine gute Kontrolle der Beobachtungsgenauigkeit. Es wurde nämlich für alle Messungen die Spaltstellung einerseits gemessen und andererseits als das Mittel aus den Einstellungen nach den beiden Seiten errechnet. Die größte Differenz zwischen diesen beiden Bestimmungen der Spaltlage und damit auch der größte unterlaufene Ablesungsfehler betrug $\Delta = 10''$. Da nun stets nahezu $\varphi = 60^\circ$, $\alpha = 25^\circ$ und $\Delta \varphi$ bzw. $\Delta \alpha$ höchstens gleich $10''$ war,

so war der größte mögliche Fehler der errechneten Brechungsexponenten:

$$\Delta n = + 0,87 \frac{\Delta p}{2} + 1,47 \frac{\Delta \alpha}{2} = 0,000058,$$

also jedenfalls kleiner als 0,0001.

Das untersuchte Material.

Messungen wurden ausgeführt an wäßrigen Gelatinelösungen und Gläsern.

Die Gelatinelösungen wurden hergestellt aus reiner weißer Gelatine, die von den „deutschen Gelatinefabriken“ in Schweinfurt bezogen war. Eine abgewogene Menge fester Gelatine wurde mit der entsprechenden Menge destillierten Wassers übergossen und unter ständigem Umrühren mit einem Glasstabe im Wasserbade erhitzt. Den fertigen Lösungen wurden noch zum Teil chemische Zusätze beifügt. Die Lösungen wurden dann in die Gußform des Dehnungsapparates bzw. in das aus Planplatten zusammengekittete Hohlprisma gegossen. Das erstarrte Material gelangte erst frühestens nach 24 Stunden zur Untersuchung, da, wie zuerst E. Fraas¹⁾ und dann Hatschek²⁾ feststellten, Gelatinelösungen erst nach Verlauf dieser Zeit nach dem Erstarren als Substanzen mit festen physikalischen Eigenschaften betrachtet werden können.

Die Zusammensetzung der benutzten Lösungen war:

Tabelle 4.

Bezeichnung der Lösung	I	II	III	IV
Gelatinegehalt	17,2 Proz.	20 Proz.	21 Proz.	20 Proz.
Zusatz	—	10 g NaCl	15,9 g Zucker	2,5 g CuSO ₄

Außerdem wurde noch eine 0,08 mm dicke Gelatinefolie, wie sie in Bibliotheken zur Schonung von Urkunden verwendet werden, untersucht.

1) E. Fraas, Wied. Ann. d. Phys. **53**, S. 1074. 1894.

2) Hatschek, Kolloid-Zeitschr. **25**, S. 210. 1921.

An Gläsern wurde untersucht:

1. Das schon von Köhler gemessene Glasprisma mit den optischen Konstanten:¹⁾ $n_D = 1,532$, $r_{C-F} = 0,00929$.
2. Das bei dem Versuch (S. 454) benutzte Didymglas mit den Konstanten:¹⁾ $n_D = 1,528$, $r_{C-F} = 0,00919$.

Die beiden Prismen besaßen die Ausmessung $9 \cdot 9 \cdot 50$ mm. Sie wurden in einer Presse, in der sie in einer Metallführung gehalten wurden, mit einem Gewicht von etwa 27 kg belastet.

Bei den ersten Messungen an den erstarrten Platten wasserhaltiger Gelatine zeigte sich eine sehr schnelle Zunahme der Doppelbrechung mit der Zeit. Um diesen Einfluß zu eliminieren, wurde zunächst die Meßmethode möglichst beschleunigt. Zu diesem Zweck wurde auf die Drehachse der Kompensatortrommel ein Verlängerungsstück aufgesetzt, das eine bequeme Bedienung des Kompensators vom Sitz des Beobachters aus gestattet. Ferner wurde neben dem Beobachtungsfernrohr des Spektrometers ein Ablesefernrohr eingebaut, so daß auch die Ablesung der Skala des Kompensators vom Sitz des Beobachters aus stattfinden konnte.

Trotz dieser Beschleunigung der Messungen waren die Werte schon nach einer Messung an allen Streifen des Spektrums für die ersten gemessenen Streifen so stark angewachsen, daß eine einwandfreie Bestimmung der Dispersionskurve unmöglich war. Tab. 5 zeigt die Änderung der Doppelbrechung einer 20prozentigen Gelatinelösung mit der Zeit für die Wellenlänge λ_{10} .

Tabelle 5.

Minuten:	0	10	20	30
$\frac{d(n_s - n_o)}{\lambda}$	0,632	0,676	0,714	0,748

Da dieses rasche Anwachsen der Doppelbrechung wahrscheinlich dem Einfluß des Austrocknens der Gelatineplatte an der Luft zuzuschreiben war, wurde zunächst der zur Dehnung benutzte Galgen in einen mit Glasfenstern versehenen Holz-

1) Ihre Bestimmung erfolgte mit dem Abbeschen Refraktometer.

kasten eingeschlossen. Die Luft in dem Holzkasten wurde durch feuchtes Fließpapier und eine aufgestellte Wasserschale möglichst feucht gehalten. Da trotz dieser Vorkehrung die Zunahme der Doppelbrechung mit der Zeit sich nicht wesentlich änderte, wurde noch einmal geprüft, ob diese Änderung tatsächlich dem Austrocknen zuzuschreiben war. Es wurde einmal das spezifische Gewicht eines Stückes Gelatine, das 21 Stunden in dem Holzkasten gehangen hatte und außerdem die Dichte eines Stückes derselben Lösung, das dieselbe Zeit luftdicht abgeschlossen aufbewahrt wurde, bestimmt. Es war im ersten Fall die Dichte $s = 1,0610$, im zweiten Fall $s = 1,0493$.

Um das also tatsächlich sehr starke Austrocknen zu vermeiden, wurde ein Dehnungsapparat angefertigt, der es gestattet, die Gelatine unter einer Flüssigkeit zu dehnen. Der Metallträger A wird mit den Nuten N_1 auf die Ränder eines Glastroges aufgesetzt. Die an ihm befestigten Stahlstäbe St tragen am anderen Ende den fest verbundenen und in der Mitte den verschiebbaren Holzklötz C bzw. B . Die Gelatine wird zwischen C und B gegossen; hierzu wird der ganze Apparat auf eine Glasplatte mit Paraffin gekittet. Die Seiten der Gußform¹⁾ sind dann B und C und 2 Messingplatten, die in die Nuten N_2 (durch Strichelung angedeutet) eingelassen werden. Das Ganze wird wieder mit einer Glasplatte oben abgedeckt.

Nach dem Erkalten nimmt man die Glas- und Messingplatten wieder ab, die Gelatine haftet dann an den Innenseiten der Klötze B und C . Die Dehnung erfolgt durch Anziehen der Mutter M , die auf dem Gewinde G sitzt und so den Klotz B nach oben zieht. Seitlich ist noch ein Arm mit dem Pendel P und der Skala Sk , die zur Justierung dienen (vgl. S. 442) angebracht. Als Flüssigkeit, in der die Gelatine untersucht wird, wurde Toluol gewählt. Da die Glaswände des Leyboldtroges,

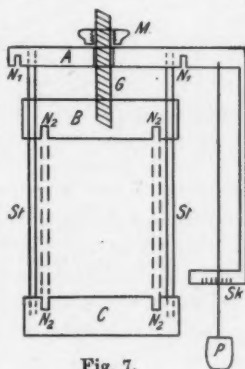


Fig. 7.

1) Die Dimensionen der gegossenen Platten waren $1 \cdot 4 \cdot 8$ cm.

in den der Dehnungsapparat eingesetzt wurde, nicht vollkommen spannungsfrei waren, wurde eine Stelle ohne Doppelbrechung ausgeblendet. Bei den mit dieser Anordnung angestellten Versuchen waren die Austrocknungserscheinungen vollkommen verschwunden. Es zeigte sich vielmehr eine langsame Abnahme der Doppelbrechung mit der Zeit, die von der Relaxation der Gelatine herrührte. Diese Änderung war aber innerhalb des Zeitraums einer Messung unmerklich gering.

Es konnte unter Berücksichtigung der diesbezüglichen Ausführungen Leicks¹⁾ an Hand der Gouy²⁾-Wienerschen³⁾ Theorie der gleichzeitigen Wirkung von Rotationspolarisation und Doppelbrechung gezeigt werden, daß bei den vorliegenden Messungen der Einfluß der Drehung der Gelatinelösungen auf die beobachtete Doppelbrechung sicher ohne Bedeutung ist.

Die Messungsergebnisse.

Die Eichung des Kompensators, d. h. die Bestimmung der s_2 (vgl. oben) schwankte bei den ersten Versuchen von Messung zu Messung. Erst nach der vollkommenen Beseitigung der besprochenen Justierungsfehler wurden zuverlässig stets dieselben Werte erhalten. s_2 wurde bestimmt, indem vom Nullpunkt aus nach beiden Seiten für jede Wellenlänge 10 mal um den Gangunterschied einer Wellenlänge kompensiert wurde. Die betreffenden Ablesungen des Kompensators sind in Tab. 6 mit A_1 bzw. A_2 bezeichnet. s_2 ist dann gleich

$$\frac{A_1 - A_2}{2}.$$

$s_2 + A_2 = N$ liefert dann den gemessenen Nullpunkt des Kompensators. Da sich für die einzelnen Wellenlängen keine systematischen Abweichungen der N -Werte zeigten, wurde ihr arithmetisches Mittel als der wahre Nullpunkt N_0 angenommen. $\Delta = N_0 - N$ gibt noch für die einzelnen Wellenlängen die Abweichungen von diesem Werte an.

1) A. Leick, Ann. d. Phys. 14. S. 139. 1904.

2) Gouy, Journal de phys. 4. S. 149. 1885; Compt. rend. 100. S. 100. 1885.

3) O. Wiener, Ann. d. Phys. 35. S. 1. 1888.

Tabelle 6.

$\lambda (\mu\mu)$	A_1	A_2	s_2	N	$N_0 - N$
645	5750	1098	2326	3424	+ 3
614,1	5633	1218	2208	3426	+ 1
585,4	5528	1336	2096	3432	- 5
559,9	5418	1432	1993	3425	+ 2
536,5	5330	1528	1901	3429	- 2
515,5	5248	1612	1818	3430	- 3
496,1	5169	1678	1746	3424	+ 3

$$N_0 = 3427.$$

In den folgenden Tabellen sind die aus den Beobachtungen errechneten Werte sowohl der Dispersion der deformierten als auch der isotropen Substanzen zusammengestellt.

Tabelle 7.

Gel. I. Konzentration: 17 Proz., ohne Zusatz.

$\lambda (\mu\mu)$	s_1	$\frac{d(n_e - n_0)}{\lambda} = \frac{s_1}{s_2}$	$d(n_e - n_0)$	$A = \frac{n_e - n_0}{\text{rel. } \lambda_{10}}$	n
645	1002	0,4308	277,0	0,9829	1,35875
614,1	1005	0,4552	279,5	0,9918	1,3596
585,4	1009	0,4814	281,8	1,000	1,3605
559,9	1013	0,5083	284,6	1,0099	1,3614
536,5	1019	0,5360	287,6	1,0204	1,3624
515,5	1025	0,5638	290,6	1,0313	1,3635
496,1	1034	0,5922	293,8	1,0426	1,3646

Tabelle 8.

Gel. II. Konzentration: 20 Proz. + Zusatz von 10 g NaCl.

$\lambda (\mu\mu)$	s_1	$\frac{d(n_e - n_0)}{\lambda}$	$d(n_e - n_0)$	A	n
645	1164	0,5004	321,8	0,9847	1,3738
614,1	1166	0,5281	324,3	0,9923	1,37465
585,4	1170	0,5582	326,8	1,0000	1,3756
559,9	1174	0,5891	329,8	1,0093	1,37655
536,5	1181	0,6213	333,3	1,0199	1,37755
515,5	1188	0,6535	336,9	1,0309	1,3785
496,1	1196	0,6850	339,9	1,0400	1,3795

Tabelle 9.

Gel. III. Konzentration: 21 Proz. + Zusatz von 15,9 g Zucker.

λ ($\mu\mu$)	s_1	$\frac{d(n_e - n_o)}{\lambda}$	$d(n_e - n_o)$	Δ	n
645	895	0,3848	247,4	0,9756	1,3804
614,1	901	0,4081	250,6	0,9878	1,3813
585,4	908	0,4332	253,6	1,0000	1,38236
559,9	913	0,4581	256,5	1,0114	1,3833
536,5	920	0,4840	259,6	1,0238	1,3844
515,5	927	0,5099	262,9	1,0365	1,3855
496,1	936	0,5378	266,8	1,0521	1,3866

Tabelle 10.

Gel. IV. Konzentration: 20 Proz. + Zusatz von 2,5 g CuSO_4 .

λ ($\mu\mu$)	s_1	$\frac{d(n_e - n_o)}{\lambda}$	$d(n_e - n_o)$	Δ	n
585,4	1432	0,6832	399,9	1,0000	1,3639
559,9	1437	0,7210	403,7	1,0094	1,3649
536,5	1444	0,7596	407,5	1,0189	1,3658
515,5	1454	0,7998	412,3	1,0308	1,3668
496,1	1466	0,8396	416,6	1,0415	1,3677

Tabelle 11.

Wasserfreie Gelatinefolie. Dicke 0,08 mm.

λ ($\mu\mu$)	s_1	$\frac{d(n_e - n_o)}{\lambda}$	$d(n_e - n_o)$	$n_e - n_o$	Δ
645	273	0,11737	75,47	0,000944	0,9898
614,1	273	0,12364	75,92	0,000949	0,9958
585,4	273	0,13025	76,25	0,000953	1,0000
559,9	273	0,13698	76,70	0,000959	1,0059
536,5	273	0,14361	77,04	0,000963	1,0104
515,5	273	0,15017	77,41	0,000968	1,0153
496,1	273	0,15636	77,59	0,000970	1,0177

Bei dieser Messung war bei Dehnung bis zum Zerreißen der Folie stets s_1 konstant für alle Wellenlängen; in diesem Falle ist also die Dispersion der Doppelbrechung des untersuchten Materials proportional der des Quarzes.

In Übereinstimmung mit den übrigen Autoren wurde das Vorzeichen der Doppelbrechung bei sämtlichen gedehnten Gelatinepräparaten positiv, bei den gepreßten Gläsern negativ gefunden.¹⁾

Tabelle 12.

Glas, $n_D = 1,532$, $v_{C-F} = 0,093$.

$\lambda (\mu\mu)$	s_1	$\frac{d(n_e - n_o)}{\lambda}$	$d(n_e - n_o)$	Δ
645	-164	-0,07051	-45,34	0,9779
614,1	-165	-0,07473	-45,89	0,9897
585,4	-166	-0,07920	-46,36	1,0000
559,9	-166	-0,08329	-46,64	1,0059
536,5	-167	-0,08785	-47,13	1,0165
515,5	-168	-0,09241	-47,64	1,0275
496,1	-169	-0,09679	-48,02	1,0358

Die Beziehungen der Dispersion der Doppelbrechung zur Dispersion des Mittels

Von den verschiedenen Theorien, die die künstliche Doppelbrechung zu erfassen suchen, ist die einzige, die eine quantitative Beziehung zwischen der Dispersion der Doppelbrechung eines deformierten Körpers einerseits und der Dispersion desselben Körpers im isotropen Zustand andererseits aufstellt, die von T. H. Havelock.²⁾ Er geht von der Annahme aus, die künstliche Doppelbrechung entstehe durch anisotrope Anordnung der isotrop bleibenden Moleküle. Zwar gelangte schon Pockels³⁾ durch rein qualitative Überlegungen zu der Folgerung, daß diese Theorie in ihren Forderungen nicht mit der Erfahrung übereinstimmt; doch ist es immerhin noch von

1) Auf Wunsch von Prof. König mache ich darauf aufmerksam, daß die von A. Leick in Tab. III seiner oben genannten Arbeit angeführten Werte der Brechungsexponenten für Gelatinelösungen mit Zusätzen viel zu hoch sind. Es ist nicht mehr festzustellen, wie diese irrtümlichen Zahlen hineingekommen sind, da der Verf. der Arbeit im Kriege gefallen ist. Die von mir gefundenen, wesentlich kleineren Zahlen entsprechen den Werten, die man nach dem optischen Verhalten der Salzlösungen erwarten kann und dürften als die richtigen anzusehen sein.

2) Th. H. Havelock, *Proced. of the Royal Soc. London*, A. S. 80. 1908.

3) F. Pockels, *Physik. Zeitschr.* 9. S. 314. 1908.

Interesse, die Havelockschen Formeln quantitativ zu prüfen. Es müßte nach dieser Theorie der Ausdruck:

$$C = \frac{d(n_e - n_o) \cdot n}{(n^2 - 1)^2}$$

konstant sein für alle Wellenlängen.

Aus den mitgeteilten Messungen ergebeo sich folgende Werte für C :

Tabelle 13.

λ	645	614,1	585,4	559,9	536,5	515,5	496,1
Gel. I.	525,4	527,6	529,4	532,0	534,4	536,8	539,4
„ II.	561,4	563,2	564,6	566,9	569,8	572,9	575,2
„ III.	416,3	419,8	423,2	425,1	427,8	430,7	434,6
„ IV.	—	—	737,2	739,9	743,2	747,6	752,7

C wächst also für alle 4 Lösungen systematisch mit abnehmender Wellenlänge.

Dagegen zeigt sich eine ziemlich gute Proportionalität zwischen $n_e - n_o$ und $n \cdot (n^2 - 1)^3$. Es wird nämlich:

$$\frac{d \cdot n_e - n_o}{n(n^2 - 1)^3} = K,$$

wie aus Tab. 13 ersichtlich ist, konstant bei Lösung I, II und IV. Nur Lösung III zeigt ein geringes Anwachsen.

Tabelle 14.

λ	645	614,1	585,4	559,9	536,5	515,5	496,1
Gel. I.	336,5	336,5	336,1	336,3	336,3	336,6	336,0
„ II.	335,2	335,1	334,4	334,3	334,6	335,0	334,8
„ III.	241,3	242,3	242,7	243,2	243,5	244,0	244,9
„ IV.	—	—	460,7	460,2	460,3	459,4	461,4

Es ist hieraus auf alle Fälle zu ersehen, daß die Dispersion der künstlichen Doppelbrechung zu der natürlichen Dispersion der Substanz in keinem einfachen Verhältnis steht.

Umgestaltung der Methode zu Messungen in der Nähe von Absorptionsstreifen.

Messungen der Dispersion der künstlichen Doppelbrechung an absorbierenden Medien liegen bisher noch nicht vor. Es wurde daher versucht, qualitativ festzustellen, wie sich die

künstliche Doppelbrechung in der Nähe von Absorptionsstreifen verhält, und zu prüfen, ob die vorliegende Methode zu Messungen an absorbierenden Körpern verwendbar ist. Es wurden zunächst die hierzu wegen ihrer Parallelität mit den Absorptionsstreifen natürlich nicht brauchbaren senkrechten Interferenzstreifen der Quarzplatte durch das Spektrum schräg durchziehende ersetzt, die durch einen Gipskeil mit horizontal liegender Kante erzeugt wurden.

Wie macht sich nun an derartigen Streifen die Überlagerung einer weiteren Doppelbrechung bemerkbar? Diese schrägen Interferenzstreifen entstehen dadurch, daß überall dort im Spektrum Dunkelheit eintritt, wo Stellen des Keiles abgebildet werden, für die

$$d(n_e - n_o) = k \cdot \frac{\lambda}{2}$$

ist. Man erhält direkt die Gleichung der beobachteten Interferenzkurven, wenn man als Ordinate y die Höhe des Keiles bis zu dem betrachteten Punkt einführt: $y = d \cdot \operatorname{ctg} \alpha$ (Fig. 8). Unter Berücksichtigung der angeführten Bedingung für das Entstehen der Streifen wird weiter:

$$y = \operatorname{ctg} \alpha \cdot k \cdot \frac{\lambda}{2} \cdot \frac{1}{n_e - n_o}.$$



Wird nun noch eine doppelbrechende planparallele Platte in den Strahlengang gebracht, die den Gangunterschied $D(N_e - N_o)$ hervorrufen möge, so treten jetzt die Streifen auf an den Stellen, für die

$$d(n_e - n_o) + D(N_e - N_o) = k \cdot \frac{\lambda}{2}$$

oder

$$d = \frac{k \cdot \frac{\lambda}{2} - D(N_e - N_o)}{n_e - n_o}.$$

ist. Bezeichnet man unter Beibehaltung des alten Koordinatensystems die ursprüngliche Lage von y mit y_0 , so wird durch die Überlagerung der neuen Doppelbrechung:

$$\begin{aligned} y &= d \cdot \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\operatorname{ctg} \alpha}{n_e - n_o} \cdot \left[k \cdot \frac{\lambda}{2} - D(N_e - N_o) \right] \\ &= y_0 - \frac{\operatorname{ctg} \alpha \cdot D(N_e - N_o)}{n_e - n_o} \end{aligned}$$

1) Hieraus läßt sich eine Beziehung ableiten, die gestattet, ohne Kompensator nur aus Abstand und Verschiebung der Streifen die Doppel-

Es sind nun zwei wesentlich verschiedene Fälle zu unterscheiden:

1. Das absorbierende Medium wird durch die Deformation dichroitisch. Dann liegt der Absorptionsstreifen für die beiden Strahlen bei verschiedenen Wellenlängen, also werden für die Ränder der Absorptionsgebiete N_e und N_0 nicht beide gleichzeitig unendlich; d. h. es wird für diese Stellen $N_e - N_0 = \pm \infty$ und damit: $y = \pm \infty$. Unsere Streifen werden also eine Aufbiegung erfahren müssen, wie sie ähnlich die Kurven der gewöhnlichen anomalen Dispersion bei Annäherung an Absorptionsgebiete zeigen.

2. Es tritt kein Dichroismus auf. Dann werden für alle Wellenlängen der Absorption N_e und N_0 gleichzeitig unendlich, und $N_e - N_0$ wird unbestimmt. Die Formel für y versagt also, und der Versuch muß über das Verhalten der künstlichen Doppelbrechung entscheiden. Gerade dieser Fall ist der wichtigere, da bisher nur bei sehr wenigen Körpern (Kautschuk¹⁾ und Kristalle der Silberhaloide²⁾) durch Deformation Dichroismus erzeugt werden konnte.

Als Material zu einem derartigen Versuche wurde ein Didymglasprisma mit quadratischer Grundfläche ($9 \cdot 9 \cdot 50$ mm) benutzt, das von der Firma E. Leitz-Wetzlar liebenswürdigerweise hierfür zur Verfügung gestellt wurde. Das Ergebnis des Versuches zeigt folgende photographische Aufnahme:

Das oberste Bild stellt das Spektrum mit den wagrechten Interferenzstreifen dar, in dessen Mitte die beiden feinen Absorptionslinien ($\lambda = \left\{ \begin{smallmatrix} 584 \mu\mu \\ 596 \mu\mu \end{smallmatrix} \right\}$)³⁾ des Didymglases liegen. Das Glas ist nicht deformiert.

brechung $\frac{D(N_e - N_0)}{\lambda}$ zu bestimmen. Es wird nämlich:

$$D(N_e - N_0) = y_0 - y \frac{n_e - n_0}{\text{ctg } \alpha}.$$

Wie W. König (Wied. Ann. d. Phys. 69. S. 1. 1899) zeigt, ist aber $\text{ctg } \alpha = \frac{a}{\lambda} (n_e - n_0)$, wenn a den Abstand eines Streifens von dem nächst niederer Ordnung bedeutet. Daher wird:

$$\frac{D(N_e - N_0)}{\lambda} = \frac{y_0 - y}{a}.$$

1) A. Kundt, Pogg. Ann. d. Phys. 151. S. 126. 1874.

2) v. Lasaulx, Sitzungsber. d. schles. Ges. f. vaterl. Kult. 1879. S. 171.

3) Vgl. Kayser, Handb. d. Spektroskopie. Leipzig 1905. Bd. III. S. 98.

In dem mittleren Bild haben sich die Streifen infolge der Doppelbrechung des jetzt gepreßten Glases nach unten verschoben. Die Deformationsachse liegt vertikal. Das Glas zeigte im Nörremberg bei gekreuzten Nikols Grüngelb zweiter Ordnung, hatte also einen Gangunterschied von $1\frac{1}{2}\lambda$.

Im untersten Bild sind die Achsen der Doppelbrechung um 90° gedreht, und die Streifen haben sich dementsprechend nach der entgegengesetzten Richtung wie in 2. verschoben. Die Pfeile bezeichnen die Lage eines entsprechenden Streifens in den 3 Teilbildern.

Die Aufnahmen zeigen, daß sich in 2. und 3. der Durchgang der Streifen durch das Absorptionsgebiet ebenso ungestört vollzieht wie in 1. Zum mindestens sind etwaige anomale Verzerrungen der Streifen so gering, daß sie nicht mit Sicherheit festgestellt werden können. Innerhalb der Genauigkeitsgrenzen der Methode wird man also wohl auch einen glatten Verlauf der Kurve der Dispersion der Doppelbrechung annehmen können. Daher wurde bei einer Messung an dem Didymglasprisma der Wert von s_1 für λ_{10} , das gerade zwischen den beiden Absorptionsstreifen liegt und deswegen nicht genau kompensiert werden konnte, aus den übrigen Werten interpoliert. So ergab sich:

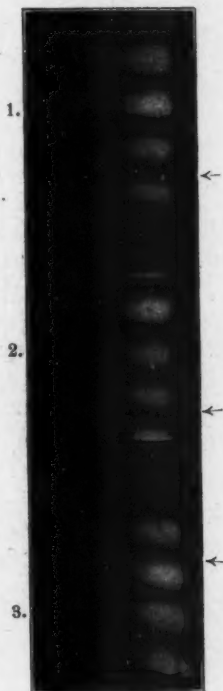


Fig. 9.

Tabelle 15. Didymglas, $n_D = 1,528$, $r_{C-F} = 0,092$.

$\lambda (\mu\mu)$	s_1	$d(n_e - n_o)/\lambda$	$d(n_e - n_o)$	Δ
645	- 89	- 0,03827	- 24,60	0,9680
614,1	- 90	- 0,04076	- 25,03	0,9848
585,4	[- 91]	[- 0,04342]	[- 25,42]	1,0000
559,9	- 92	- 0,04616	- 25,84	1,017
536,5	- 93	- 0,04892	- 26,18	1,030
515,5	- 94	- 0,05171	- 26,65	1,049
496,1	- 98	- 0,05555	- 27,56	1,060

Zusammenfassung.

1. Es wird ein Verfahren beschrieben, das die Dispersion der künstlichen Doppelbrechung bequem und sicher zu messen und mit der natürlichen Dispersion des gleichen Stoffes zu vergleichen gestattet. Die genaue Justierung, die Fehlerquellen und ihr Einfluß auf das Messungsergebnis werden ausführlich besprochen.

2. Die Methode wird auf Gelatinelösungen angewandt. Die Havelocksche Theorie bestätigt sich an diesen Messungen nicht. Es scheint kein einfacher Zusammenhang zwischen der natürlichen Dispersion und der der Doppelbrechung desselben Stoffes in deformiertem Zustande zu bestehen.

3. Die Methode wird umgestaltet für Messungen an Stoffen mit Absorptionsstreifen im sichtbaren Spektrum; sie wird an Didymglas erprobt.

(Eingegangen 8. Januar 1923.)

usio.

sion
essen
zu
hler-
aus-

ndt.
ngen
hen
des-

an
sie